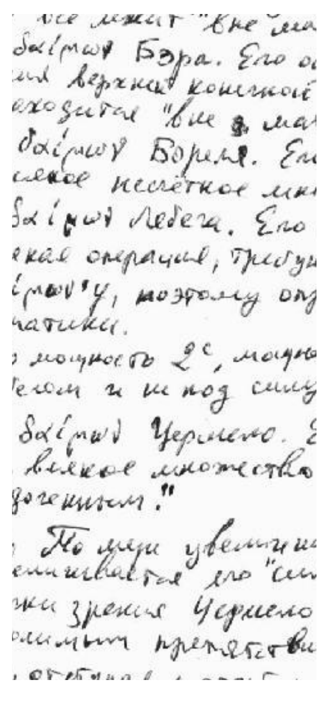
§ 3. О ВЗАИМООТНОШЕНИИ АБСТРАКЦИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ И АКТУАЛЬНОЙ БЕСКОНЕЧНОСТИ

Самые фундаментальные понятия классического анализа: понятия бесконечной последовательности, предела, понятия бесконечно малой и бесконечно большой величины основаны на гипотезе потенциальной осуществимости, которая принимает выполнимость (повторяемость выполнения) любой определенной на каком-либо классе объектов операции для неограниченно большого числа объектов этого класса.

Проанализируем с этой точки зрения понятия бесконечно малой и бесконечно большой величин. Прежде всего, следует ответить, что названия совершенно не соответствуют со-держанию; они свидетельствуют о том периоде в истории математики, когда в эти понятия вкладывался именно такой (и в корне неверный) смысл: бесконечно малая величина, на-пример, определялась как величина, находящаяся на пороге исчезновения, но пока еще не обратившаяся в нуль (Лейбниц), прибавление которой к другой величине (или ее вычитание из последней) не меняет эту другую величину. Кризис, связанный с этими понятиями, был преодолен, но остались неудачные названия. В современном понимании бесконечно малой величиной называется переменная величина имеющая своим пределом нуль, т. е. величина, значения которой в процессе изменений становятся меньше любой заранее заданной положительной величины. Процесс приближения к нулю является потенциально бесконечным. Точно также является потенциально бесконечным процесс возрастания бесконечно большой величины, т. е. величины, становящейся в процессе изменения больше любого заранее заданного положительного числа, с той лишь разницей, что в первом случае процесс имеет конечную (но



актуально никогда не достижимую) границу – нуль, а в последнем случае процесс неограничен.

На тот факт, что названия «бесконечно большая» и «бесконечно малая величина» совершенно искаженно трактуют смысл этих понятий, указывал исследователь теории множеств И. И. Жегалкин[1]. Современный аналист А. Я. Хинчин пишет: «Термин «бесконечно малая» по самому своему определению описывает не размеры величины, а характер ее изменения. Было бы, конечно, правильнее называть этого рода величины не «бесконечно малыми», а безгранично убывающими»[2].

Нельзя также понимать буквально термин «стремление к пределу». В предыдущей главе указывалось, что движение математикой понимается весьма специфическим образом; оно не имеет ничего общего с реальным (напр., физическим) движением; любое высказывание о «движении», изменении переменной (или о том, что производная характеризует скорость изменения переменной) нужно понимать как последовательное рассмотрение различных ее значений. Таким же образом нужно понимать выражение: «бесконечно малая более высокого порядка «быстрее» стремится к нулю». Это лишь образное выражение, условность которого необходимо всегда учитывать. Нам хотелось бы обратить внимание на то, что в случае бесконечно большой величины («переменная стремится к **+ ∞**») смысл искажается вдвойне. Здесь, кроме приведенных выше замечаний, необходимо учесть, что к бесконечности невозможно приблизиться, бесконечность всегда остается недостижимой и понятия «далеко», «близко», «приближение», «удаление» теряют смысл применительно к ней. Во многих учебниках по математическому анализу справедливо отмечается, что термин «бесконечный предел» на самом деле означает отсутствие всякого предела, т. е. беспредельность (изменения).

1 См.: И. И. Жегалкин. Трансфинитивные числа, М., 1907.

2 А. Я. Хинчин. Краткий курс математического анализа, М., 1955, с. 32.

Классический анализ не рассматривает бесконечно больших или малых величин, он рассматривает лишь потенциально бесконечные процессы изменения.

Несмотря на то, что работы Коши, Больцано и Вейерштраса подвели под здание анализа прочный фундамент, уже в те времена математики стали сомневаться в правомерности ограничения математического понимания бесконечности рамками потенциально бесконечного. Действительно, чтобы сказать с уверенностью, что потенциально бесконечный процесс бесконечен, надо заранее знать, что и сам процесс, и участвующие в нем понятия, объекты, определены в бесконечной области.

В середине прошлого столетия против правомерности определения бесконечности как безгранично возрастающей переменной величины (как ее определил Коши в своем «Курсе анализа») высказывался Б. Больцано, который в своем посмертно изданном сочинении «Парадоксы бесконечного» гениально предугадал элементы теории бесконечных многообразий, сформулированной несколько десятилетий спустя Георгом Кантором.

Кантор установил, что любое употребление понятия потенциальной бесконечности предполагает, что мы заранее имеем если не понятие, то хотя бы представление об актуальной: «Для того, чтобы можно было использовать подобную переменную величину в каком-нибудь математическом исследовании, «область» ее изменения должна, строго говоря, быть известной наперед, благодаря некоторому определению. Но эта «область» не может быть сама, в свою очередь, чем-то переменным, ибо в противном случае наше исследование не имело бы под собой никакой прочной основы. Следовательно, эта «область» представляет некоторое определенное актуально-бесконечное множество значений»[1]. Это рассуждение Кантора неопровержимо, если оставаться в рамках принципов классической математики. Г. И. Наан пишет: «Если же учесть, что понятие предела получает обоснование только через теорию множеств, то мы можем сказать вместе с Кантором, что потенциальная бесконечность предполагает актуальную»[2]. Тут же следует отметить, что для конструктивиста (и вообще для интуициониста) приведенное рассуждение от начала до конца неприемлемо. Конструктивная математика, в отличие от классической, рассматривает потенциально осуществимый процесс как становящийся; процесс порождается в процессе его рассмотрения.

Потенциальная осуществимость процесса иногда понимается как осуществимость следующего шага (во всяком случае, в теориях конструктивистов между названными двумя абстракциями существует тесная связь, в то время как в классической математике подобной связи нет). Выше уже отмечалось, что конструктивная математика, в отличие от классической, накладывает жесткие ограничения на рассматриваемые ею процессы. Конструктивность какого-либо процесса означает потенциальную осуществимость любого конечного числа шагов по известному алгорифму и результат должен быть конструктивным объектом. Потенциальная осуществимость означает, что подобный процесс всегда может быть продолжен. Конструктивисты подчеркивают, что в каждом конкретном случае бывает достаточно проведения конечного числа операций и рассмотрения конечного числа шагов, а вопрос о бесконечной продолжаемости процессов носит чисто теоретический характер и выходит за рамки конструктивного понимания математики. Это легко объяснимо тем, что бесконечность какого-либо объекта или процесса невозможно установить конструктив-

1 Г. Кантор. К учению о трансфинитном. «Новые идеи в математике». Сб. № 6, Спб., 1914, с. 133.

2 Г. И. Наан. К проблеме бесконечности, стр. 63.

ным путем: априорное постулирование бесконечности также противоречит принципам конструктивизма. Это значит, что вопрос о бесконечности какого-либо процесса не может быть разрешен на основе принципов конструктивной математики.

В связи с этим мы считаем необходимым различать процесс от условий его реализации. Потенциальная осуществимость означает отсутствие ограничений на проведение процесса (необходимое условие для реализации), но не бесконечность самого процесса. Процесс образования слов (конечных последовательностей знаков) в каком-либо алфавите, как известно, не может быть ничем ограничен. В то же время этот потенциально осуществимый процесс нельзя рассматривать, по нашему мнению, как потенциально бесконечный. Потенциальность рассматриваемого процесса заключается в том, что этот процесс на любом этапе может быть продолжен дальше[1]. По отношению к подобным процессам, которые фактически ограничены рамками финитного, можно употребить термин «незамкнутый (открытый) процесс».

В то же время потенциальность («неактуальность») потенциально бесконечного процесса относится не к его осуществимости (процесс актуально происходит, осуществляется как бесконечное снятие конечного), а к его незавершаемости. Сущность потенциально бесконечного процесса заключается в беспредельности изменения, в актуальном преодолении любых конечных границ. В противном случае любой неопределенный конечный процесс, точные границы которого неизвестны, не, установлены, может претендовать на право называться бесконечным.

Представим себе самовоспроизводящуюся (вечную) ЭВМ с бесконечным объемом памяти, суммирую-

1 Рассмотренные нами выше теории выдвигают именно это требование потенциальной продолжаемости, а не бесконечности.

щую один за другим члены сходящего ряда (например, $S = I + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$).

Несмотря на то, что ряд имеет конечную сумму, процесс его последовательного суммирования никогда не завершится (потенциально бесконечный процесс). Это связано с «внутренней» бесконечностью ряда (бесконечностью количества членов ряда и процесса их последовательного суммирования) и его «внешней» ограниченностью (ряд ограничен своей суммой). Расходящийся ряд с суммой $+\infty$ является в этом смысле и «внутренне» и «внешне» бесконечным. Выражения типа **2,(9)=3** верны лишь в том случае, если вся последовательность девяток «берется» как завершенная, актуальная бесконечность. В разложении числа сложной природы, например, трансцендентного числа, в бесконечный ряд рациональных чисел, используется потенциальная бесконечность, однако очевидно, что, оставаясь в рамках указанной абстракции, совершенно невозможно осмыслить качественное отличие предела, суммы ряда от любой конечной суммы его членов, представляющей собой рациональное число[2]. Более того, чтобы знать, что потенциально осуществимый процесс является именно бесконечным, надо заранее иметь представление об осуществленной, актуальной бесконечности (Утверждение всегда возможной продолжаемости процесса является более сильным допущением, чем кажется некоторым авторам). Таким образом, полный отказ от актуальной бесконечности приводит к необходимости отказа от потенциальной бесконечности, ставит под сомнение правомерность ее применения.

Возможные возражения по поводу последнего заключения снимаются указанием на то, что понимание потенциальной бесконечности не следует сводить к незамкнутому (открытому) процессу. «Когда я говорю

2 Это – определенность, которая приобретается лишь в результате осмысления бесконечного ряда как целого.

обо всех целых числах, я имею в виду все уже построенные целые числа и все числа, которые когда-либо смогут быть построены... и именно это «которые смогут» и есть бесконечность»[1]. Здесь в наличии имеется конечное, а бесконечным именуется то, что фактически есть лишь неопределенная возможность. У Аристотеля также можно встретить смешение процесса и возможности его проведения (т. е. потенциальной бесконечности и потенциальной осуществимости), и этой «традицией», как видно, и объясняется понимание некоторыми потенциальной бесконечности, на самом деле ничего общего с бесконечностью не имеющее. «Потенциальность» означает «определенную возможность» или «скрытую действительность», а потенциальная бесконечность есть бесконечность в становлении, сфера необходимой и вечной реализации возможности в действительность.

Потенциальная бесконечность является наиболее сильной абстракцией, базирующейся на потенциальной осуществимости. Потенциальная осуществимость является более сильной абстракцией, чем осуществимость следующего шага, поскольку последняя совместима и с практической осуществимостью, которая является низшим типом осуществимости и несовместима ни с одной из остальных абстракций осуществимости н бесконечности. Учитывание иерархии абстракций осуществимости и бесконечности является необходимым условием для исследования их взаимоотношения.

Совместимость абстракций потенциальной и актуальной бесконечности доказывается тем, что они прекрасно уживаются вместе в пределах системы классической математики (откуда следует и совместимость соответствующих гипотез осуществимости). Однако между указанными абстракциями бесконечности существует более тесная взаимосвязь, чем просто совме-

1 H. Poincare. Science et methode, P. 1908. Цит. по: А. Френнель, И. Бар-Хиллел. Основания теории множеств, с. 293; в русском переводе книги (Одесса, 1910) приведенная фраза отсутствует.

стимость: между ними, как было показано выше, существует взаимообусловленность. Вместе с тем не следует ни в коем случае смешивать две основные абстракции бесконечности между собой. «В конструктивной математике не применяется характерная для теоретико-множественной математики абстракция актуальной бесконечности, связанная с рассмотрением никогда не завершаемых процессов как бесконечно продолженных и тем самым как бы за-вершенных», – пишет А. А. Марков[2]. Здесь, во-первых, актуальная бесконечность фактически понимается в смысле, аналогичном канторовскому понятию трансфинитного числа, понимается как результат мысленного «завершения» потенциально бесконечного процесса. Сущность потенциальной бесконечности в ее незавершаемости, а представление незавершаемого процесса как завершенного (т. е. как бы «получение» актуальной бесконечности из потенциальной), которое было характерно для рассуждений Кантора, совершенно не свойственно современным концепциям. Более того, как мы увидим ниже, непротиворечивость в рассуждениях об актуально бесконечном можно сохранить лишь при полном абстрагировании от процесса его построения; следовательно, неправомерность рассмотрения актуальной бесконечности как результата завершения потенциально бесконечного процесса не может служить аргументом для отрицания самой идеи актуальной бесконечности. Экспликация понятия актуальной бесконечности приводит к необходимости признания ее постулативного характера, а зависимость идеи потенциальной бесконечности от актуальной позволяет сделать заключение, что важнейшие разделы математики не могли бы существовать без последней. В целях выработки правильного понимания актуальной бесконечности ниже приводится критический анализ концепции Г. Кантора.

2 А. А. Марков. Конструктивная математика, БСЭ, 3-е изд., М., 1973, т. 13, с. 54.

Г. Кантор различает несобственно-бесконечное (потенциально бесконечное) и собственно-бесконечное или трансфинитное (актуально бесконечное). Кантор не считал потенциально бесконечное отражающим суть математической бесконечности и резко его критиковал. По его мнению, истинной математической бесконечностью надо считать актуальную бесконечность, так как она представляет собой актуально достигнутую, данную налицо бесконечность, в то время как потенциальная бесконечность есть лишь бесконечность в возможности, «виртуальная» бесконечность.

Основной идеей теории трансфинитных чисел Кантора является идея рассмотрения бесконечной последовательности натуральных чисел как завершенной, данной налицо бесконечной совокупности, множества элементов. Первое трансфинитное число со-определяется как наименьшее число, большее любого конечного числа, поэтому Кантор считает возможным интерпретировать его как предел последовательности натуральных чисел, которого, однако, невозможно достигнуть и даже приблизиться к нему. Вместе с тем «это со не есть максимум конечных чисел (такого максимума вовсе не существует), – оно есть минимум всех бесконечных порядковых чисел»[1]. Таким образом, Кантор выступая против актуально бесконечно малых величин, в то же время ввел в рассмотрение актуально бесконечно большие, что в конце прошлого века, в эпоху расцвета аналитических методов, выглядело неслыханным и дерзким шагом.

Кантор рассматривает бесконечные множества по аналогии с конечными: и конечные и трансфинитные числа обладают определенностью, завершенностью, целостностью. Но тут аналогия кончается и возникает проблема, при ближайшем рассмотрении оказывающаяся неразрешимой: любое конечное число получе-

1 Г. Кантор. К учению о трансфинитном, с. 126.

но, «построено» из определенных элементов, единиц, т. е. носит конструктивный характер, но каким образом может быть получено, «построено» (хотя бы чисто теоретически) трансфинитное число? Современные математики часто упрекают Кантора за то, что он в своей («наивной») теории множеств распространял свойства конечного на бесконечное и безоговорочно принимал выполнимость в бесконечной области законов, справедливость которых установлена лишь в конечных областях.

Конечные и трансфинитные числа разделяет пропасть: последние можно называть числами лишь условно. И уж ни в коем случае нельзя рассматривать со как предел последовательности натуральных чисел. Ряд трансфинитных чисел не является продолжением ряда натуральных чисел; их вообще нельзя рассматривать «на одной прямой» (а Кантор мыслил их именно таким образом). «Трансфинитное» буквально означает «находящееся по ту сторону (за пределами) конечного», но это не означает, что трансфинитные числа находятся где-то посередине между конечным и бесконечным или представляют собой «смесь» того и другого. Трансфинитное есть самое настоящее бесконечное, точнее говоря, актуально бесконечное.

Неточные формулировки и неудачные аналогии, не говоря уже о парадоксальности самой идеи трансфинитного числа, вызвали скептическое отношение к теории множеств многих крупных математиков. «Нет актуальной бесконечности. Канторианцы забыли это и впали в противоречия», – писал Пуанкаре[2]. По мнению других, Кантор просто злоупотребил той свободой, которая характеризует математику в смысле возможности построения абстрактных объектов.

Несмотря на резкую критику в ответ на открытые в теории множеств многочисленные антиномии и раз-

2 А. Пуанкаре. Наука и метод. Одесса, 1910, с. 255.

развившийся в результате третий кризис основ математики, выяснилось, что обойтись без теории множеств математика не в состоянии: слишком многое было бы поставлено на карту. Кроме того, как показывают современные аксиоматические теории множеств, вполне возможно их непротиворечивое построение на основе той же актуальной бесконечности (что позволило математикам избежать изгнания из рая, который создал им Кантор). Относительно последней с самого же начала оговаривается, что она должна рассматриваться заранее, «априорно» данной, а не построенной; это обстоятельство отражается в обязательном наличии в каждой аксиоматической системе так называемой «аксиомы бесконечности». Но правомерно ли подобное допущение, не обходит ли оно попросту проблему обоснования, «происхождения» бесконечного множества? По мнению А. Н. Колмогорова, «выяснение вопроса о том, в какой мере и при каких условиях при изучении бесконечных множеств законно такое абстрагирование от процесса их образования, еще нельзя считать законченным»[1]. Так или иначе, актуальную бесконечность невозможно «получить» из потенциальной, хотя любое употребление последней предполагает в неявной форме первую. С другой стороны, «продемонстрировать» бесконечность актуально бесконечного множества невозможно без привлечения в какой-либо форме потенциальной осуществимости.

Возвращаясь к теории трансфинитных чисел Кантора, зададимся вопросом, полностью ли свободна эта теория от потенциально или несобственно бесконечного. Ведь трансфинитное, по Кантору[2] есть то, что доступно дальнейшему увеличению, находясь за пределами всякого конечного. Например, **ω+1** (но не **1+ω**) считается количественно большим, чем ш, хотя оба эти трансфинитных числа бесконечны. Последовательность транс-

1 А. Н. Колмогоров. Бесконечность в математике. БСЭ, 3-е изд., 1970, с. 265.

2 В отличие от абсолютного актуально бесконечного, бесконечного во всех отношениях, которое Кантор не считает доступным математическому исследованию, а относит к области теологии.

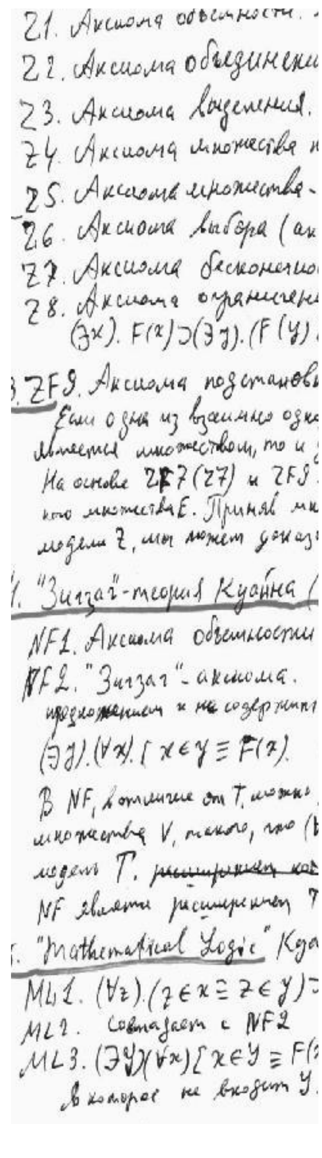
финитных чисел, получающихся, одно из другого, получается как результат потенциально бесконечного процесса последовательного применения различных «принципов порождения». Само исчисление трансфинитных чисел становится возможным благодаря тому, что Кантор наряду с актуально бесконечным неявно использует то самое потенциально бесконечное, против правомерности употребления которого он так горячо выступал. Если бы не существовало бесконечной последовательности бесконечностей и над ними нельзя было бы производить математических операций, то актуально бесконечное осталось бы пустым, метафизическим понятием, совершенно бесполезным для науки. Не было бы и счисления бесконечностей, которое является сущностью теории множеств и ради которого и было реабилитировано Кантором понятие актуальной бесконечности.

И все же основным заблуждением великого математика было то, что он не сумел разглядеть в понятии предела методологическую основу для сделанных им открытий. Предел более сильная форма бесконечности, чем несобственно бесконечное в понимании Аристотеля, Коши, Гаусса и самого Кантора; иначе теоретико-множественное обоснование анализа было бы невозможным.

Для выявления логической эволюции идеи бесконечности целесообразно различать три ее формы:

1) бесконечность в неопределенной возможности или незамкнутый конечный процесс (например: «любая конечная последовательность символов или знаков может быть увеличена за счет прибавления к ней новых символов»);

2) бесконечность в становлении (например, аналитические процессы, бесконечные ряды, где последующие члены с необходимостью получают-


Z1. Аксиома объемности.
Z2. Аксиома объединени
Z3. Аксиома выделения.
Z4. Аксиома множества н
Z5. Аксиома множества-
Z6. Аксиома выбора (ак
Z7. Аксиома бесконечно
Z8. Аксиома ограничени
(∃x). F(x) ⊃ (∃y).(F(y).
3. ZF9. Аксиома подстановк
Если одна из взаимно одно
является множеством, то и
На основе ZF7(Z7) и ZF9
кого множества E. Приняв мн
модели Z, мы можем доказ
4. "Зигзаг"-теория Куайна (
NF1. Аксиома объемности
NF2. "Зигзаг"-аксиома.
предложением и не содержащ
(∃y).(∀x).[x∈y ≡ F(x).
В NF, в отличие от T, можно
множества V, такого, что (
модели T. ~~расширением ко~~
NF является расширением T
5. "Mathematical Logic" Куа
ML1. (∀z).(z∈x ≡ z∈y) ⊃
ML2. Совпадает с NF2
ML3. (∃y)(∀x)[x∈y ≡ F(
в которое не входит y.

ся из предыдущих в силу однажды избранного закона);

3) бесконечность в «бытии» (существующая[1] бесконечность).

Все три формы бесконечности логически тесно связаны между собой настолько, что даже в серьезной математической литературе можно встретить смешение первой и второй формы бесконечности под названием «потенциальной» (реже второй и третьей под названием «актуальной»), их неправомерное отождествление.

Эта схема одновременно отражает исторический и логический путь формирования идеи бесконечности в мышлении, эксплицирует абстракций потенциальной и актуальной бесконечности и, самое главное, показывает единство идеи бесконечного в непрерывном процессе развертывания ее форм, основной из которых является вторая форма. В частности, логическая необходимость третьей, последней формы заключается в том, что без нее обе предыдущие просто потеряли бы право на существование (хотя построение математической теории может быть практически осуществлено без явного ее использования). Мы сознательно не включили в нашу схему практическую «предбесконечность», поскольку нами руководят не прагматические, а теоретические соображения.

Основное заблуждение, которое традиционно приписывается идее актуальной бесконечности – завершение незавершаемого. Это действительно был бы недопустимый паралогизм – **contradictio in adjecto**, нечто вроде «круглого квадрата» или «деревянного железа». Однако целостность бесконечных множеств необязательно связывать с их завершенностью (см. также след. параграф). Если подобное понимание еще можно встретить в сочинениях Кантора, то в современной теории множеств его нельзя отыскать при боль-

1 Последнее следует понимать, как явную аксиому бесконечности (напр. «существует объект, обладающий свойством бесконечности»).

шом желании. Выше уже отмечалось, что целостность бесконечному множеству придает не завершенность и «наличие» всех элементов, а закон, выделяющий из многообразия объектов те, которые удовлетворяют этому закону. Таким образом, теоретико-множественной концепции бесконечности не свойственны логически неприемлемые признаки классической актуальной бесконечности:

1) понимание бесконечности как застывшего, неподвижного целого;
2) данного налицо всеми своими элементами и, следовательно;
3) завершенного.

Если вспомнить, с каким сопротивлением встретилось в свое время введение в число математических понятий числа «нуль», отрицательных, иррациональных, комплексных чисел, бесконечно малой и бесконечно большой величины (ср. «Аналиста» Беркли), то становится ясным, что актуальная бесконечность не более «грешна», чем перечисленные понятия. Если указанную идеализацию применять корректно и в разумных границах, то можно согласиться с П. С. Новиковым в том, что «сама идея актуальной бесконечности не является причиной возникающих противоречий»[2].

2 П. С. Новиков. Элементы математической логики. М. 1973 с. 17.

§ 4. О ПРИЧИНАХ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННЫХ АНТИНОМИИ

Существуют различные точки зрения на причины возникновения парадоксов теории множеств. Вместе с тем, «все антиномии, как логические, так и семантические, имеют общее свойство, которое грубо и нестрого можно определить как самоприменимость (или самоотносимость) (**self–reference**). В любой из этих антиномий та сущность, о которой в ней идет речь, определяется, или характеризуется посредством некоторой совокупности, к которой она сама принадлежит»[1]. Подобные определения в современной логике носят название непредикативных. Из методов, разработанных в целях недопущения непредикативного образования понятий, достаточно упомянуть расселовскую теорию типов. Следует отметить, что во многих случаях самоприменимости никак не удается избежать ввиду бесконечности и «замкнутости в себе» (универсальности) рассматриваемых совокупностей.

А. Мостовский в своем известном обзоре «Современное состояние исследований по основаниям математики» («Успехи математических наук», том IX, выпуск 3/61, М., 1954, с. 16) главным источником трудностей называет аксиому о существовании множества, содержащего все подмножества произвольно заданного множества. Принятие аксиомы множества-степени и теоремы Кантора неизбежно порождает проблему сверхобширных множеств.

Многие авторы основным источником парадоксов считают неограниченное применение канторовской «наивной» теорией множеств принципа свертывания (или абстракции), по которому каждому предикату соответствует класс (множество) предметов, содержащий все предметы, для которых этот предикат имеет силу (см. напр., ст.: «Множеств теория» в 3-м изд. БСЭ, т. 16); однако необходимо отметить, что уже Кантор чувствовал необходимость различать т. н. «консистентные» и «неконсистентные» множества (например, множество всех натуральных чисел он относил к первому типу, а множество всех «алефов» – ко второму), что в эксплицированном виде отразилось в идее Дж. фон Неймана о различении множеств и классов.

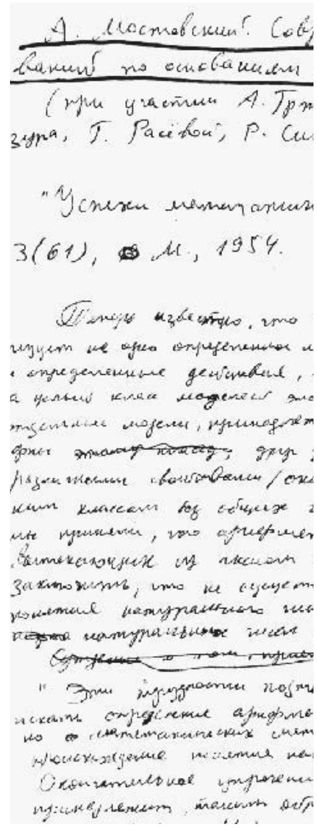
Перечислить все предложенные решения антиномий и методы перестройки с профилактической целью

1 А. Френкель, И. Бар-Хиллел. Основания теории множеств, с. 24. Наиболее строгий и полный вывод антиномий содержится в монографии С. К. Клини (1957), цитируемой ниже. Напомним вкратце, что антиномия Бурали-Форти (1897 г.) указывает на противоречивость представления о порядковом числе вполне упорядоченного множества всех порядковых чисел, антиномия Кантора (1899 г.) говорит о противоречивости представления о кардинальном числе (множества всех множеств, а антиномия Рассела (1902 г.) – о противоречивости представления о множестве всех множеств, не являющихся собственными элементами.

логических основ математики просто невозможно. В свое время большие надежды возлагали на программу Д. Гильберта, заключавшуюся в полной формализации и «финитизации» математики; однако знаменитая теорема К. Гёделя о неполноте (1931 г.) положила конец надеждам на построение абсолютной системы математики, раз и навсегда гарантированной от любых противоречий (что, кстати говоря, можно было предугадать, исходя из философских соображений).

Антиномии не смогли повлиять на распространение теоретико-множественных идей, как в рамках самой математики, так и за ее пределами. Господствующей тенденцией в математике нашего столетия, оказывающей сильное влияние на смежные области науки, является «редукция» к множествам, стремление выражать любые понятия через теоретико-множественные (это касается и таких генетически противоположны теории множеств областей, как топология). И хотя в математике, как и положено передовой науке, появились уже новые веяния, для всех точных наук теория множеств продолжает сохранять характер парадигмы. Что же представляют собой абстрактные математические множества?

Математическая теория множеств создавалась Георгом Кантором в период с 1872 по 1897 годы (за вычетом продолжительного периода, связанного с его нервным расстройством). В 1883 г. вышло фундаментальное сочинение Кантора «Основы общего учения о многообразиях», в котором было дано следующее интуитивное понимание множества: «Под многообразием или множеством я понимаю вообще всякое многое, которое можно мыслить – как единое, т. е. всякую совокупность определенных элементов, которая может быть связана в одно целое с помощью некоторого закона»[2]. В последний период своей деятельности (1895 г.) он дал



2 Г. Кантор. Основы общего учения о многообразиях. «Новые идеи в математике», сб. № 6, Спб., 1914, с. 69.

следующее «определение» множества: «Под «множеством» мы понимаем любое объединение в одно целое **M** определенных вполне различаемых объектов ш из нашего восприятия или мысли (которые называются «элементами» **M**)»[1].

Философские взгляды Кантора не случайно оценивают как реализм платоновского толка: множества для него существуют как реальные сущности «в себе» и для каждого условия можно указать множество предметов, удовлетворяющих этому условию. Это множество само может быть рассмотрено как определенный цельный объект, предмет.

С точки зрения «наивной» теории множеств любое собрание, совокупность материальных предметов или мысленных образов можно отнести к множествам; единственное, что от них требуется в этом отношении – это определенность, позволяющая различать их друг от друга. Если во множестве встречаются тождественные элементы, то они принимаются за один и тот же элемент (т.н. абстракция отождествления). Основой для объединения предметов в множество может служить, все, что угодно (например, элементы 1 и 2 составляют множество всех натуральных чисел ≤ 2 или < 3 или простых чисел < 5 и т. д.). Множеством может считаться совокупность, составленная из папы римского, теории множеств и $\sqrt{-1}$, а также всех или некоторых слов (букв) в определенной строке данного текста. Если не существует или в данный момент не видится удовлетворительный способ выделения общего свойства рассматриваемых предметов, все равно их можно объединить на основе свойства «принадлежности к данной совокупности». С другой стороны, назвав любое свойство, условие, мы указываем тем самым на соответствующее ему множество предметов. Конечно, можно сформулировать условие, которому не соот-

1 Цит. по: С. К. Клини. Введение в метаматематику, М., 1957, с. 15.

ветствует никакого множества: например, условие, содержащее противоречие. В таком случае говорят, что данное условие определяет пустое множество. Подобное понимание множества является предельно широким, оно основано на т. н. экзистенциальном подходе и с самого начала содержало в себе зародыш, многих трудностей. Произвольность критерия принадлежности какого-либо предмета к множеству и признание существующим множества предметов, соответствующего любому свойству, создали почву для великого кризиса оснований, вызванного обнаруженными на рубеже двух веков антиномиями.

Вызванная антиномиями перестройка логических основ математики не могла не коснуться лежащего в основе этой науки понятия множества. Экспликация понятия множества пошла в основном в двух направлениях: во-первых, множество стали понимать как свойство, а его элементы – как предметы, обладающие этим свойством; во-вторых, множество стали рассматривать как составленное из своих элементов как из частей. Первая трактовка, ставшая впоследствии общепринятой, связана с развитием логики предикатов и классов, принявшей к этому времени классическую форму (мы рассмотрим ниже современную трактовку множества, предиката и класса, имеющую мало общего с обыденным словоупотреблением). Вторая трактовка может быть охарактеризована как экспликация обыденных представлений о множестве, его элементе и классе. Первой такой теорией явилась «мереология» (логическая теория части и целого), принадлежащая выдающемуся польскому логику С. Лесневскому[2].

Лесневский, основываясь на мереологическом понимании класса, предложил интересное решение антиномии Рассела. Оно заключается в отрицании существования классов, не являющихся собственными

2 Lesniewsky. O podstawach matematyki, «Przeglad Filozoficzny», 1927–31, №№ 30–34.

элементами. Ведь класс предметов **М** понимается как предмет, составленный из всех **М**, поэтому он представляет собой класс, единственным представителем которого является он сам. Кроме того, по Лесневскому, в выводе антиномии содержится ошибочный шаг, когда из того, что рассматриваемый класс есть элемент класса классов, каждый из которых является собственным элементом, делается заключение, что он является собственным элементом (согласно формуле: если **x** есть элемент класса **М**-ов, то **x** есть **М**). То же повторяется относительно элемента класса классов, не являющихся собственными элементами.

Еще одна теория части и целого, родственная с «мереологией» Лесневского, но не аксиоматизированная, создана Нельсоном Гудменом[1]. Исчисления индивидов построены также У. В. О. Куайном[2] и другими номиналистами (об отношении номиналистических теорий к теории множеств см. монографию: А. Френкель, И. Бар-Хиллел. Основания теории множеств). Попытка построения материалистической философской теории, основывающейся на номиналистической интерпретации формальной логики, сделана Т. Котарбиньским[3].

Как уже отмечалось выше, с современной точки зрения, задать множество, значит задать сформулированное в соответствии с законами логики условие (принцип, закон), выделяющее из многообразия предметов данного универсума те, которые удовлетворяют данному условию. Принцип образования множества логически предшествует самому множеству и полностью, однозначно его определяет. Именно поэтому этот принцип, являющийся стороной множества, отождествляется в литературе с множеством («тождественность» не следует здесь, конечно, понимать в абсолютном смысле; поэтому правильнее говорить об эквивалентности или эквиполлентности этих понятий).

1 N. Goodman. The Structure of Appearance, Cambridge, Mass., 1951.

2 W. Van O. Quine. From a Logical Point of View, Cambridge, Mass., 1953.

3 См.: Т. Котарбиньский. Избранные произведения, М., 1963

С начала знаменитого кризиса основ, вызванного парадоксами, канторовская «наивная» концепция множества подвергалась многочисленным уточнениям и ограничениям. Проблема достаточного основания для объединения предметов «в одно целое» (см. выше «определение» Кантора) заставила прежде всего поставить под сомнение принцип свертывания (абстракции) в его первоначальной формулировке («для всякого свойства **P** существует класс предметов, состоящий из всех тех и только тех предметов, которые характеризуются свойством **P**»).

Аналогично традиционным философским точкам зрения, современных математиков и логиков делят по их отношению к проблеме неограниченного генерирования абстрактных объектов на реалистов (платонистов), (нео-) номиналистов и (нео-) концептуалистов[4]. Компромиссная точка зрения достигается в аксиоматических системах теории множеств путем введения специальных ограничительных аксиом. Наиболее признанной из подобных систем является система Цермело-Френкеля, где в качестве одной из «конструктивных» аксиом фигурирует т. н. аксиома выделения (подмножеств): «Для любого множества и любого одноместного предиката, имеющего смысл для всех членов данного множества, существует вполне определенное множество, содержащее в точности те члены данного множества, которые удовлетворяют данному предикату». Разумеется, жесткое требование того, чтобы предикат имел смысл в априорно заданном объемлющем множестве, не оставляет почти ничего от классического (экзистенциального) принципа свертывания. Однако мы получаем возможность безболезненно заменять множества свойствами и, наоборот, в зависимости от того, ведется ли рассуждение в экстенсиональном или интенсиональном аспекте.

4 См.: А. Френкель, И. Бар-Хиллел. Основания теории множеств, с. 399.

Иногда может показаться, что спор между современными реалистами и номиналистами сводится к различным способам записи выражений, имеющих один и тот же смысл. С другой стороны, допущение индивидов вместе с отрицанием составляемого ими множества само выглядит как логическая антиномия. Интересные мысли высказывал в этом направлении Л. П. Гокиели. По его мнению, говоря об индивидах, мы уже тем самым говорим и о классе, который они составляют. Логическая ошибка допускается не только в том случае, если отрицается соответствующий индивидам класс, но и тогда, когда отрывают друг от друга индивиды и составляемый ими класс и последний причисляют к другому типу, поскольку в понятии индивида неявно содержится понятие класса, к которому он принадлежит. Основываясь на соображениях подобного рода, Л. И. Гокиели объявляет теорию типов содержащей порочный круг (для недопущения которого она, кстати говоря, и была создана). Искусственной и логически порочной получается любая иерархия языков, типов, сортов, категорий и т. д.

Л. П. Гокиели резко критикует допускаемое некоторыми математиками гипостазирование множества[1], заключающееся в метафизическом отрыве множества от составляющих его элементов, абсолютизации и противопоставлении его последним, в результате которого множество предстает в роли самостоятельной сущности (вроде ньютонова пустого пространства) и создается, с одной стороны, иллюзия возможности отрицания множества вместе с сохранением его элементов (номинализм), а, с другой стороны, иллюзия возможности дальнейшего увеличения (продолжения) бесконечных «замкнутых» множеств. На последнем аргументе Л. П. Гокиели строит критику теории трансфинитных чисел Кантора.

1 Л. П. Гокиели. Математические рукописи Карла Маркса и вопросы обоснования математики, Тб., 1947, с. 53 и след. См. также: Л. П. Гокиели. Логика, т. 1, Тб., 1965; т. 2, Тб., 1967; О трансфинитивных числах. Труды всесоюзного съезда математиков, т. 2, 1934.

Не отрицая ценности аргументов Л. П. Гокиели, следует отметить, что в современной логике приходится вводить искусственную иерархию понятий для обеспечения непротиворечивости существующих математических теорий и в определенном смысле «разделять неразделяемое» (так же как, например, при структурном анализе физических явлений). Таким образом, здесь пока что практический, конкретный подход к делу берет верх над общеметодологическим и философским.

Говоря о различных множествах, а тем более доказывая теоремы о «множествах произвольной природы», подразумевается, что они образуют некоторую совокупность (универсум множеств), однако понятие множества всех множеств ведет к антиномии. Точно также антиномичны множество всех порядковых чисел, множество всех кардинальных чисел, множество всех множеств, не являющихся собственными элементами, ввиду чего перечисленные объекты в математике запрещены. Правда, и на этот запрет есть разные точки зрения. С. И. Клини, например, приходит к выводу, что запрещение множества всех количественных (кардинальных) чисел означало бы фактически запрещение множества всех натуральных чисел[2]. Тут же можно упомянуть о точке зрения Х. Карри (т. н. «принцип терпимости»), заключающийся в допущении в логике «парадоксальных комбинаторов» как регулирующего фактора для введения различных ограничительных условий[3]. Причем парадоксальные комбинаторы (например, класс, фигурирующий в антиномии Рассела) ни в коем случае не должны характеризоваться как бессмысленные.

Современное понимание множества имеет много общего с понятием класса в классической логике, однако отождествлять эти два понятия было бы непра-

2 С. К. Клини. Введение в метаматематику, М., 1957, стр. 42.

3 См.: H. Curry, R. Feys, Combinatory Logic, Amsterdam, 1958.

вильно. Класс можно понимать как определенный тип множества: «множество всех предметов, для которых выполняется данное условие». «Замкнутость относительно предиката» есть свойство, характеризующее любой класс; однако можно легко указать (построить) множества, для которых это свойство не выполняется. Отнесение того или иного предмета к тому или иному классу (множеству) предполагает выявление однородности, сходства, тождественности предметов в определенном отношении. Каждый предмет принадлежит стольким классам, сколько в нем можно выявить свойств. Если различать в предмете индивидуальные и общие свойства, то первые определяют классы, единственным представителем которых является данный предмет. Однако будет ошибкой отождествлять класс, единственным элементом которого является этот предмет, с самим этим предметом. Например, представим себе, что на свете существует лишь один человек со специфическим, одному ему присущим профилем. В таком случае мы имеем класс с единственным членом, которым является рассматриваемый человек. Однако сам класс «тождествен» не с человеком, а с его профилем, т. е. с тем свойством, которое мы выделили в индивиде (на это различие между одноэлементным классом и его элементом впервые обратил внимание Дж. Пеано). Не элемент является частью класса, а наоборот, класс является стороной своего элемента. Таким образом, отношение элемента к классу нельзя понимать как отношение части к целому (если только не стать на мереологическую точку зрения).

Л. П. Гокиели пишет, что отношению элемента и множества соответствует отношение единичного и общего[1]. Предикативная концепция множества допускает такую интерпретацию, если рассуждение ведется в экстенсиональном аспекте (т. е.: по отношению к объ-

[1] Л. П. Гокиели. Логика, т. I, Тб., 1965, стр. 58–60.

ему множества), однако понятие множества включает в себя и такие черты, как совокупность и элементность; таким образом, отношение единичного к общему не отображает специфику отношения элемента к множеству.

Специфика современного понимания множества и класса выражается и в таком вопросе, как условие тождественности двух множеств (классов): два множества тождественны (или представляют собой одно и то же множество), если и только если они имеют одни и те же элементы. Однако это не эквивалентно утверждению, что два множества тождественны, если они определяются одним и тем же условием, предикатом. Это говорит о том, что абстрагироваться от совокупности и брать общее свойство объектов в отрыве от их множественной стороны невозможно; последняя остается неэлиминируемой в процессе осмысления множества.

Рассматривая основные логические антиномии теории множеств, возникает впечатление, что во всех из них речь идет о совокупностях одного определенного типа, а именно:

а) в антиномии Бурали-Форти говорится о множестве всех порядковых чисел;

б) в антиномии Рассела говорится о множестве всех множеств, не являющихся собственными элементами и

в) в антиномии Кантора говорится о множестве всех множеств. «Множество всех...» есть то, что в логике носит название «класса», а класс в классической логике определяется при помощи одноместного предиката **P** (не накладывая никаких ограничений на принимаемую аксиому свертывания, становится возможным не делать разницы между исчислением одноместных предикатов и исчислением классов). Каждый класс обладает свойством, которое можно охарактеризовать как «всеобщность в своем роде» (относительно предиката **Р**). В рамках теории множеств каждое всеобщее множество является всеобщим в своем роде.

В этом смысле от множеств, фигурирующих в других антиномиях, качественно отличается «множество» всех множеств. Специфика теории множеств создает соблазн рассмотрения универсума множеств, «среды их обитания», как множества, что влечет за собой применимость к этому новому «объекту» всех принципов и теорем теории и создает парадоксальную ситуацию. Рассматривая парадокс Кантора, С. К. Клини пишет: «Можно попытаться избавиться от этого противоречия, заявив, что совокупность **Т** всех множеств «не образует множества». Но что же в таком случае представляет собой область **М** изменения переменной... в теореме Кантора: «Для каждого множества **М м<2м**»[1] Философское значение парадокса Кантора заключается, по нашему мнению, в частности, в том, что проблема его решения не может считаться закрытой путем простого запрещения «множества» всех множеств или объявления его «нематематическим объектом», но подводит к принципу, имеющему обще-методологический характер: с универсумом объектов какой-либо теории нельзя оперировать как с объектом в рамках этой теории.

1 С. Клини. Математическая логика, М., 1973, с. 222.

В других отношениях указанную антиномию роднит с остальными то, что фигурирующие в них совокупности не просто бесконечны, но отличаются сверхобширностью, объемной неопределенностью и не могут рассматриваться в качестве элементов других совокупностей[2]. Легко заметить, что свойство «элементности» необходимым образом связано с возможностью говорить об объекте как о целом.

2 Идея Дж. фон Неймана..

Выяснение причин возникновения антиномий, так же как и многих других трудностей в обосновании математики, упирается в философскую проблему совместимости понятий бесконечности и целостности, их применимости к одному и тому же объекту. Как возможно, например, непротиворечиво мыслить целостность бесконечного множества? Обратимся к истории вопроса.

Проблема взаимоотношения понятий бесконечности и целостности уже давно обратила на себя внимание философов. В современной философии можно выделить два основных подхода к проблеме: один исходит из трансцендентальной философии Канта, другой, из онтологии Гегеля. Бесконечное Кант не считает возможным мыслить иначе, как путем последовательного синтеза его частей, поэтому, согласно Канту, бесконечность и целостность – взаимоисключающие понятия (см. подробнее в § 1 главы третьей). Подобное понимание фактически исключает любое применение идеи бесконечности кроме как регулятивного принципа. У Канта регулятивные идеи чистого разума придают единство многообразию явлений, но это – иллюзорное единство, хотя оно и выполняет необходимую роль (Следует отметить, что концепция Канта оказала большое влияние на формирование-мировоззрения Брауэра и Гильберта). Гегель, резко выступая против кантовского понимания бесконечности, наоборот, прямо связывает бесконечность с целостностью.

Концепции Гегеля и Канта в концентрированной форме отразили два издавна существующих и в принципе противоположных фундаментальных подхода к проблеме бесконечности (и не только к ней, а вообще к проблемам познания и сущности философских понятий). С одной стороны бесконечное мыслится как обладающее свойствами завершенности, полноты, целостности, а с другой, как выражающее незавершенность, неполноту. В концепциях бесконечности Гегеля и Канта рационализм и эмпиризм достигают крайней степени, поэтому обе эти концепции односторонни и недостаточны для познания бесконечного, и синтез их также невозможен (интересно отметить, что Кантор, давая невысокую оценку кантовской концепции бесконечности и отрицая всякий рациональный смысл в антиномиях чистого разума, в то же время резко протестовал, когда В. Вундт сравнил его понимание актуальной бесконечности с «истинной» бесконечностью Гегеля[1]).

Одной из фундаментальных предпосылок построения теории множеств с самого же начала была целостность бесконечных множеств (см. выше канторовское «определение» множества), нашедшая свое выражение в теоретико-множественной трактовке актуальной бесконечности. Необходимым условием целостности традиционно считалась определенность всех элементов, их данность «налицо» (наличное бытие). По нашему мнению, различное отношение к этому условию целостности бесконечных множеств во многом способствовало развитию и борьбе различных направлений в основаниях теории множеств.

Возможность рассмотрения множества как целого обычно связывается с вопросом о том, имеем ли мы право говорить о всех элементах множества. Исторически математика, как наука, выросшая из потребностей практики (земледелия, торговли и строительства) постоянно имела дело с различными количественными величинами. Постепенно, по мере усложнения задач и увеличения объема накапливаемой информации, ученые, встречая трудности в рассуждениях по объему, стали все чаще, заменять их рассуждениями по содержанию: гораздо легче и удобнее назвать одно характеристическое свойство элементов, чем охарак-

1 См.: Г. Кантор. О различных точках зрения на актуально бесконечное. «Новые идеи в математике». Сб. № 6, Спб., 1914. Аналогичную позицию по отношению к концепции Канта занимает Б. Рассел в книге «Out Knowledge of the External World».

теризовать огромный класс в целом. Рассуждения по содержанию были особенно привлекательны потому, что создавали видимость избавления от всегда чреватой трудностями бесконечности. Кантору потребовалось гигантское усилие, чтобы снова ввести в математику понятие бесконечности, до этого лишь неявно участвовавшее в рассуждениях и старательно изгонявшееся из них.

Бесконечность «ускользает» каждый раз, когда мы говорим о любом, каждом этапе процесса потенциального изменения конечной величины (и мы не выходим из сферы конечного), но заявляет о себе сразу же, как только заходит речь о всех этапах процесса, или о процессе в целом. Нам могут возразить, что нельзя рассматривать все этапы бесконечного процесса как существующие, поскольку процесс принципиально незавершаем. В ответ на это можно повторить то, о чем уже шла речь в предыдущих параграфах: чтобы иметь право говорить о любом этапе процесса (например, о его продолжаемости с любого этапа), необходимо постулировать эту всегда возможную продолжаемость (т. е. мысленно «завершить» незавершаемое).

Итак, содержит ли понятие целого бесконечного множества логическое противоречие? Рассмотрим любопытный пример, приводимый Б. Расселом[2]. Герой известного романа Л. Стерна «Жизнь и мнения Тристрама Шенди, джентльмена», решил написать подробную автобиографию и на описание первых двух дней своего существования затратил два года, после чего отчаялся в своем предприятии. Но допустим, что Т. Шенди бессмертен. Опишет ли он всю свою жизнь, работая с прежней скоростью? Последовательное применение теоретико-множественных методов заставляет ответить на этот вопрос положительно. В самом деле, **n**-ый день жизни автора будет описан в течение **n**-го года

2 B. Russell. The Principles of Mathematics, L, 1937, p. p. 358–360 (Рассел в указанной монографии впервые проанализировал логические трудности, связанные с употреблением понятия «все»).

со дня начала работы над биографией (между множеством дней жизни автора и множеством лет работы над биографией установлен изоморфизм). А если каждый день жизни будет описан, то можно сказать, что и вся жизнь будет описана. Правда, описание никогда не закончится, но это вполне естественно ввиду бессмертия автора.

Причину того, что приведенный вывод Рассела противоречит «логической интуиций», некоторые исследователи видят в неправомерности перехода: «описан любой (каждый) день жизни» –«описана вся жизнь»[1]. Вопрос в взаимоотношении понятий «любой» и «все» тесно связан с проблемой выяснения причин возникновения теоретико-множественных парадоксов. Обычно понятия «любой» и «все» принимают эквивалентными и взаимозаменяемыми: например, нет никакой разницы, будем ли мы говорить: «любой металл проводит электричество» или «все металлы проводят электричество». Оба суждения выражаются при помощи квантора (все-) общности: **AxP (x),** где **x** обозначает «металлы», а **P**–свойство «проводить электричество».

Рассмотрим, однако, следующий пример[2]. Представим себе поезд, составленный из бесконечного числа вагонов и скажем, первый вагон пришел в движение в момент $\mathbf{t_1}$ второй вагон – в момент $\mathbf{t_2}$ и т. д. Получаем последовательность моментов времени: $\mathbf{t_1 < t_2 < \ldots < t_n < \ldots}$

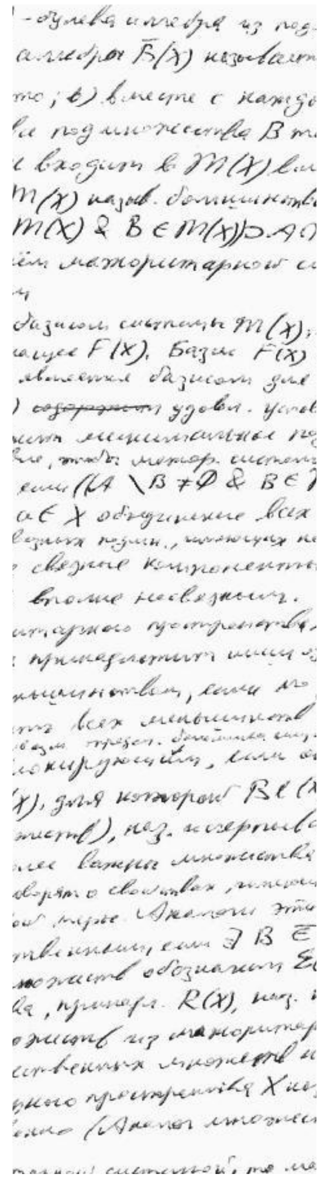
Для любого вагона $\mathbf{V_n}$ существует момент $\mathbf{t_n}$, когда $\mathbf{V_n}$ придет в движение. Однако не существует момент времени, в который весь поезд как целое (вся последовательность вагонов) придет в движение. Таким образом, то, что верно для любого члена множества, может оказаться неверным для всех его членов. Сам Л. П. Гокиели объясняет это различием употребления понятий в собирательном и разделительном смысле.

1 См., напр.: R. J. Diamond. Each and All, «The British Journal for the Philosophy of Science», 1963, Vol., 13, № 52, p. p. 278–286.

2 Л. П. Гокиели. Логика, т. I, с. 59.

Вопрос в этом случае сводится к тому, ставим ли мы что-либо в соответствие каждому члену совокупности (перебирая ее члены) или совокупности как единому «предмету», обладающему как и всякое целое, специфическими свойствами.

Однако, если в приведенном примере (так же как и в «парадоксе» Т. Шенди) основная трудность снимается указанием на участие в одном и том же рассуждении несовместимых понятий (с одной стороны, «бесконечность», «рефлексивность множества», с другой, «продолжительность существования человека» и «ее описания» или «совокупность вагонов»), то гораздо сложнее обстоит вопрос о характере предметной области, универсуме рассмотрения, играющий фундаментальную роль в основаниях логики и математики. Во всяком случае, полный отказ от чреватых противоречиями сверхобширных и объемно неопределенных совокупностей поставил бы под сомнение универсальность теории множеств. Полное отрицание идеи актуальной бесконечности, логически порочное, как было показано выше, в своей основе, вызывает еще более тяжелые последствия для математики (В то же время у этого отрицания, помимо логических, имеются и определенные мировоззренческие предпосылки, которые мы рассмотрим в следующей главе).

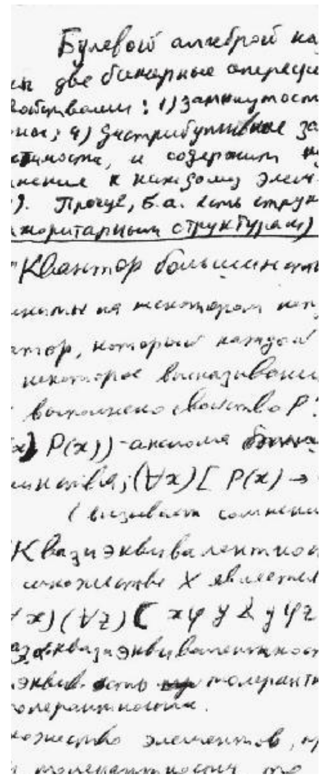


ГЛАВА ТРЕТЬЯ
БЕСКОНЕЧНОСТЬ КАК ПРЕДМЕТ СОВРЕМЕННОЙ ФИЛОСОФИИ И МЕТОДОЛОГИИ НАУКИ

§1. О ПОНЯТИИ МИРА КАК ЦЕЛОГО

В философии всегда играла значительную роль идея мира как целого, в которой находили свое логическое завершение мировоззренческие установки тех или иных авторов. Однако даже те немногие концепции, которые содержат четко сформулированные положения о том, какое содержание вкладывается в это понятие, создают в совокупности настолько обширный спектр точек зрения, что давно уже назрела необходимость выработать единый подход к проблеме, основывающийся на основных принципах диалектического материализма и в то же время свободный от заблуждений традиционного словоупотребления и влияния давно преодоленных философских представлений. Попытки экспликации указанной идеи уже проводились в литературе (см., напр., сб.: «Бесконечность и Вселенная»). В частности, было указано на различие между философским понятием мира и специально-научным (в частности, астрономическим или космологическим) понятием «Вселенная». Одно из возможных определений космологического понятия «Вселенная» содержится у Г. Бонди: «Наибольшее множество событий, к которому могут быть применены наши физические законы, экстраполированные тем или иным способом»[1]. Очевидно, что философское представление о мире гораздо шире космологического (которое в понимании некоторых авторов ничем не отличается от понятия метагалактики), не говоря уже о более узком и более

1 H. Bondi. Cosmology, p. 10. Цит. по: В. В. Казютинский. Понятие «Вселенная». «Бесконечность и Вселенная», стр. 117.



нестрогом понимании, когда говорят о различных «мирах» и «вселенных».

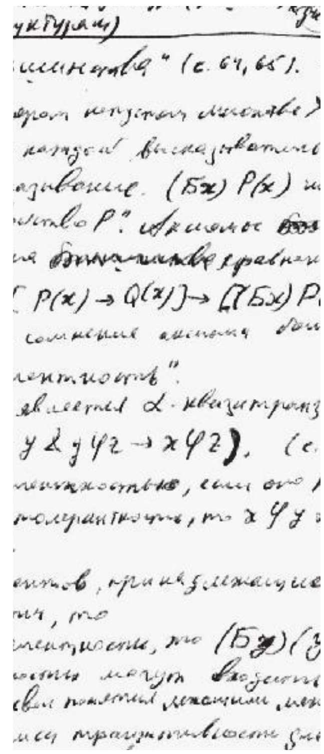
Рассматривая философский аспект проблемы, прежде всего, возникает вопрос: не подразумевает ли любое употребление понятия «мир» представление о целостности, не содержится ли последнее в нем в неявном виде? Ответ на этот вопрос в значительной степени зависит от того, как понимать целостность (этот вопрос был уже поднят в логическом аспекте в предыдущей главе). В онтологическом аспекте, который, как мы постараемся показать ниже, обусловлен гносеологическим, можно выделить три подхода в проблеме целостности мира: а) целостность по существу сводится к выявлению единства, тождественности в определенном отношении всех явлений, наличия у них всеобщих свойств; б) под целостностью подразумевается системная связь, существование единого комплекса универсальных законов структурной организации мира; в) наличие у мира границ, качественных и (или) количественных.

Прежде всего, необходимо указать на различие между понятиями единства мира и его целостности. Единство мира является, по нашему мнению, необходимым, но недостаточным условием для целостности. В то же время то обстоятельство, что мир (в предельно широком, философском понимании) один, уникален, так сказать, «существует в единственном экземпляре», ни в коей мере недостаточно не только для утверждения о его целостности, но даже для утверждения о его единстве.

Всеобщность, универсальность основных философских категорий и принципов трактуют часто как их «применимость к миру в целом»; это можно считать приемлемым лишь в том случае, если под этим понимается их применимость к любому явлению, предмету, процессу, структурному уровню реальности, но никак не применимость их к «совокупности всех явлений», или, пуще того, «системе всех явлений», что было бы неправильно как в логическом, так и в философском плане. В предыдущей главе было рассмотрено (в логическом плане) взаимоотношение понятий «любой» и «все», показана их неоднозначность и невзаимозаменяемость во многих случаях. В рассуждениях онтологического типа о мире в целом употребление понятия «все» допустимо лишь в смысле, эквивалентном понятию «любой», «каждый» (т. е. в разделительном смысле). Это, прежде всего, связано с неприменимостью абстракции актуальной бесконечности к «миру в целом» (см. ниже о проблеме абсолютной экстраполяции), неправомерностью представления о «целостности» мира как о чем-то мыслимом отдельно от его элементов и противостоящем последним. Основанием для нашего заключения в данном случае является не невозможность представления о «завершенной бесконечности», а то, что философское понятие мира – всеобъемлющее. Диалектико-материалистическая философия не страшится парадоксов самоприменимости, однако специфика философского «универсума» также накладывает свои ограничения на свободу оперирования с ним. Рассел в предисловии к «Логико-философскому трактату» Л. Витгенштейна пишет, что согласно концепции этого философа мы имели бы право говорить о мире в целом лишь в том случае, если бы сумели выбраться из этого, мира и взглянуть на него со стороны[1]. Принципиальная невозможность проведения подобной операции однозначно определяет позицию наблюдателя, субъекта познания, которую можно охарактеризовать как «внутреннюю» (см. ниже о различии между «внутренней» и «внешней» точками зрения и о понятиях «ограниченность» и «безграничность»).

1 Приведенное соображение Витгенштейна связывают с основным (субъективно-идеалистическим в своей основе) тезисом его трактата о том, что «границы моего языка есть границы моего мира»; несмотря на это, оно имеет и объективную логическую основу.

Может быть, более обоснованным является представление о мире как целом, основанное на рассмотрении мира как системы, обладающей единым комплексом связей между всеми его элементами и подсистемами? Основным положением материалистической диалектики является вывод об универсальности связей между явлениями, однако любой читатель, имеющий представление о результатах современных системных исследований, согласиться с нами в том, что отсюда невозможно непосредственно вывести заключение о системном характере связи, охватывающей весь мир. Не существует изолированных явлений, любые явления, в конечном счете, сравнимы, соотносимы (что указывает на наличие в них тождественного), но все это само по себе еще не говорит о единой структуре бесконечного мирового процесса.



Проиллюстрируем сначала нашу мысль на хорошо знакомой иерархической модели строения Вселенной, согласно которой любое материальное образование можно рассматривать как подсистему или элемент образования более высокого порядка, а каждую его подсистему – как целое относительно составляющих его образований. В результате отвлечения от конкретных особенностей материальных систем возникает неограниченный ряд структурных уровней. Возникает естественный вопрос: существует ли в этой системно-структурной иерархической лестнице нижняя и верхняя границы? Если нет, например, нижней границы, то, какое бы простое образование мы ни рассмотрели, на самом деле оно оказывается бесконечно сложным. Неприменимость по отношению к микрочастицам таких понятий, как протяженность, делимость, создает в этом отношении специфические сложности. Д. И. Блохинцев считает, что «существуют глубокие внутренние причины, которые определяют и свойства элементарных частиц, и само их существование», и, следовательно, «должна существовать и некоторая внутренняя структура частиц»[1]. Однако неприменимость привычных понятий, связанных с представлением о структурности (в том числе и понятий «сложного» и «простого») в микромире, до сих пор заставляет многих ученых сомневаться в правомерности рассмотрения элементарных частиц как сложных структурных образований. Заметим в то же время, что существование границы сверху или снизу совершенно не означало бы существования конкретного максимального или минимального образования, или последнего структурного уровня. В случае, например, существования нижней границы каждая система как иерархия всех своих подсистем имеет огромный (и возможно, неопределенный), но конечный порядок структурной сложности.

В отношении верхней границы положение аналогичное. Принципиальная незамкнутость каждой конкретной системы, ее обязательная связь, взаимодействие с какими-либо другими системами, вытекающими из невозможности существования в мире изолированных явлений, наводит на мысль о том, что для любой системы должна найтись система более высокого порядка, элементом которой она бы явилась. Применяя подобное рассуждение к каждой системе, приходим к логическому выводу, что не должно существовать наибольшей возможной системы и соответственно наибольшего порядка структурной сложности. Однако уже в пределах метагалактики применимость понятия физической системы ставится многими учеными под сомнение.

А. Л. Зельманов пишет, что «в применении к очень протяженным или быстро изменяющимся объектам теряет силу привычное нам понятие единой физической системы... поскольку за время, необходимое для осу-

1 Д. И. Блохинцев. Проблемы структуры элементарных частиц. Сб. «Философские проблемы физики элементарных частиц», М., 1963, с. 47.

ществления взаимодействия между удаленными частями объекта (ведь это взаимодействие распространяется со скоростью, не превосходящей фундаментальной, т. е. скорости света в пустоте), он может существенно измениться. Более того, время осуществления взаимодействия может быть сравнимым с продолжительностью существования объекта или даже превосходить его»[2]. За это время рассматриваемая область или совокупность материальных образований может качественно измениться в целом, т. е. прекратить существование в качестве рассматриваемого объекта. Поэтому представление о материальной системе, по мнению А. Л. Зельманова, теряет смысл уже в пределах Метагалактики. Метагалактика же представляет собой лишь часть Вселенной, которая является материальным миром, рассмотренным только в одном, а именно, физико-астрономическом аспекте. Разумеется, это не означает существования конкретной максимальной системы: в таком случае для нее найдется объемлющая и мы впадем в «дурную» бесконечность (не говоря уже о том, что приведенный выше аргумент прямо противоречит подобному допущению).

Используя аналогичные аргументы, В. С. Тюхтин идет еще дальше, утверждая, что «привычные понятия о Вселенной как о единой целостной системе, понятия метрического пространства времени, понятия структуры, состояния и развития Вселенной перестают работать».[3] Аналогичных взглядов придерживаются и некоторые другие ученые. Подобные трудности связаны с проблемой экстраполяции в космологии и с проблемой неоднородности, и анизотропности Вселенной. Многие авторы подчеркивают, что развитие современной науки поставило под сомнение классический постулат интенсивной бесконечности мира. Ниже мы постараемся показать, что это ни в коей мере не

2 А. Л. Зельманов. Многообразие материального мира и проблема бесконечности Вселенной. «Бесконечность и Вселенная», с. 287. Здесь надо также учесть, что Вселенная расширяется и расстояние между любыми двумя космическими объектами постоянно увеличивается.

3 В. С. Тюхтин. Понятия «бесконечность» и «всеобщность» в философии и космологии. «Бесконечность и Вселенная», с. 111.

распространяется на принцип неисчерпаемости материи, если только его не понимать чересчур упрощенно и схематично.

Следует отметить, что уже в «Трансцендентальной диалектике» Канта были поставлены проблемы, близкие к проблемам современной космологии. Первая математическая антиномия Канта касается конечности и бесконечности границ мира в пространстве и времени; вторая касается вопроса о структуре мире, в котором основную роль играет проблема бесконечной делимости, простоты и сложности его строения. Таким образом, математические антиномии Канта самым тесным образом связаны с проблемами экстенсивной и интенсивной бесконечности мира. В примечании к тезису первой антиномии Кант приводит свое понимание бесконечности: «Истинное (трансцендентальное) понятие бесконечности заключается в том, что последовательный синтез единицы при измерении количества никогда не может быть закончен»[1]. Таким образом, Кант сводит бесконечность к незамкнутому потенциально осуществимому процессу. Вполне естественно, что для Канта неприемлемо представление о бесконечном прошедшем до данного момента временном ряде.

Особое место в мировоззрении Канта занимает вопрос о взаимоотношении понятий бесконечности и целостности. Мир в целом как идея чистого разума содержит в себе противоречие, поскольку он должен мыслиться как бесконечная целокупность. Неопределенное множество объектов, заключенное в определенные границы, можно мыслить как целокупность, поскольку само существование границ придает рассматриваемому многообразию определенность и целостность. В то же время бесконечное количество объектов, не содержащееся в определенных грани-

1 Кант. Критика чистого разума. Сочинения, т. 3, М., 1964, с. 408.

цах, невозможно представить себе иначе, как путем последовательного синтеза частей (непосредственное созерцание целого – в данном случае невозможно). Следовательно, приходится мыслить – незавершаемый синтез как завершенный: «В самом деле, само понятие целокупности есть в этом случае представление о завершенном синтезе частей, между тем это завершение, стало быть, и понятие о нем невозможны».[2] Таким образом, согласно Канту, бесконечность и целостность – взаимоисключающие понятия.

Антиномии чистого разума сыграли решающую роль в борьбе против старой метафизики и оказали огромное влияние на все последующее развитие философии. Однако, не умаляя положительной в целом роли антиномий, следует заметить, что бесконечность понималась Кантом весьма односторонне: понимание бесконечности как потенциально осуществимого синтеза элементов, сведение ее к последнему с самого же начала исключает любое применение идеи бесконечности, кроме как регулятивного принципа (кстати, та же самая трудность характерна для некоторых направлений в современной математике).

Чистый разум содержит принципы (необходимость существования которых вытекает из самой его природы), которые придают целостность и единство всему многообразию явлений, но это единство кажущееся. Трансцендентальные идеи призваны выполнять ту же роль, что и рассудочные категории, с той разницей, что последние ведут к истине (соответствию понятий с объектом), «а первые производят только видимость, но непреодолимую видимость, против которой вряд ли можно устоять, даже прибегая к самой острой критике»[3]. Кант отрицает реальное содержание в идее мира на том основании, что противоречие между тезисом и антитезисом носит не контрадикторный характер (в

2 Там же, с. 410.

3 Кант. Критика чистого разума. Сочинения, т. 3, с. 552.

этом случае из ложности одного положения с аподиктической необходимостью вытекала бы истинность противоположного), а контрарный: мир в целом может не характеризоваться ни одним из противоположных признаков (и, в соответствии с этим, и тезис, и антитезис могут быть ложными) только в одном случае: если мир не существует как реальный объект.

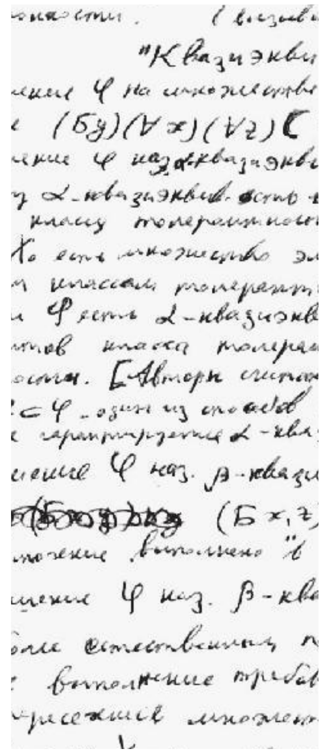
Кант размышляет о том, можно ли при последовательном незавершаемом синтезе явлений называть его нисхождением до бесконечности (**in infinitum**) или только неопределимо продолжающимся регрессом (**in indefinitum**)[1]. Кант пишет, что путем последовательного синтеза (в отличие от анализа) нельзя утверждать, что «регресс идет в бесконечность, т. к. это (утверждение) антиципировало бы члены ряда, до которых регресс еще не дошел... следовательно, оно определяло бы величину мира (хотя лишь негативно) еще до регресса, что невозможно»[2]. Этот вывод Канта в значительной мере обусловлен его концепцией бесконечности, но он заставляет задуматься о том, каким способом формируется в человеческом разуме идея мира.

На каждом этапе развития наиболее общее представление о мире достигается в системе философских категорий. Разумеется, ни одна категория и ни одна конечная их совокупность не могут дать полного представления о своем предмете. Категории: в процессе развития науки подвержены изменению, так же как любые научные понятия и представления: содержание их уточняется и расширяется. В то же время в пределах каждой фундаментальной научной системы любая основная категория предельно экстраполируется. Любое научное знание, установление каких бы то ни было закономерностей неразрывно связано с понятием экстраполяции. Обычное понимание его заключается в следующем: экстраполяция есть распространение

1 Там же, с. 468.

2 Там же, с. 469.

какого-либо закона или принципа на такие области, где справедливость применения последнего не установлена. Такое понимание экстраполяции не делает различия между правомерным и неправомерным распространением понятия на более широкую область. Правомерность или неправомерность экстраполяции выясняется из ее следствии, т.е. после того, как она уже проведена. Это указывает на отсутствие критерия экстраполируемости. Таким образом, невозможно заранее строго определить масштабы, границы правомерности или неправомерности производимой экстраполяции. Кроме того, необходимо отметить существенную черту экстраполяции: любая экстраполяция может быть только количественной. Как мы увидим ниже, именно это обстоятельство (вместе с неправомерностью предельной экстраполяции) существенным образом влияет на формирование в мышлении идеи мира в целом.



Как уже указывалось в предыдущей главе, в классической математике понятие экстраполяции неприменимо; там любое понятие должно быть однозначно определено для вполне определенной совокупности объектов или пространственной области, и применение его за пределами области своего определения (что, собственно, и делается при экстраполяции) запрещается. Единственной областью науки, где экстраполяция производиться по строго определенным правилам и погрешность ее поддается строгой оценке, является вычислительная математика (правда, это довольно специальный вид экстраполирования). В вычислительной математике применяются приближенные экстраполяционные формулы, при помощи которых по известным заданным (например, в табличном виде), в определенной области значениям функции устанавливается приблизительная закономерность, которая затем экстраполируется, т.е. по которой находятся новые значения переменной уже в расширенной области, включающей в себя первоначально заданную. Экстраполяция применяется и в конструктивной математике. В теоретической логике экстраполяцию можно выразить переходом от квантора существования к квантору общности или от ограниченного квантора общности к неограниченному. Логический аспект проблемы экстраполяции тесно связан как с проблемой индукции научного знания, так и с проблемой формирования теоретических принципов мышления.

Экстраполяция в естественных науках связана с индуктивным характером естественнонаучного знания.[1] Установление любой закономерности означает распространение установленных для какой-либо ограниченной области индуктивным путем связей между явлениями на всю область явлений данного типа. Экстраполяция в естествознании всегда связана с определенной погрешностью, ошибкой (которая в общем случае неопределима), но без нее (экстраполяции) закономерность перестала бы быть закономерностью и превратилась бы в простое описание уже установленных опытным путем событий. Что касается экстраполяция научного метода, то под ней подразумевается применение этого метода в сфере более широкой, чем та, в которой установлена справедливость ею применения.

Любая фундаментальная теория, обобщающая данные естествознания на данном этапе развития науки и синтезирующая цельный взгляд на мир, неизбежно является распространением (т.е. экстраполяцией) тех закономерностей (принципов, понятий, методов), которые установлены для некоторой локальной области, доступной наблюдениям в данный период развития науки, на всю действительность. Фундаментальная теория не может точно установить область и границы своего применения; она старается максимально экс-

1 Это именно то основное, чем отличается индуктивный путь познания от дедуктивного.

траполировать наиболее общие свои принципы, хотя это неизбежно связано с ошибкой. Более того, заведомая неэкстраполируемость какого-либо принципа на весь мир означала бы неприменимость его в качестве элемента подобной теории. Уже сейчас ясно, что многие положения теории относительности недостаточно адекватно отображают действительность, но пока не создано новой теории, их необходимо максимально экстраполировать, чтобы сохранить целостность и полноту существующей теории.

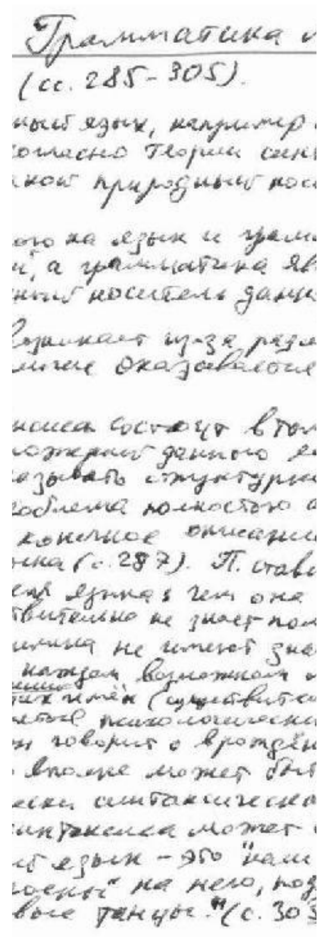
Такое положение сохранится до тех пор, пока область, доступная изучению, не расширится настолько, что теория придет в противоречие с новыми данными. Только после этого наука станет перед необходимостью изменить свои принципы таким образом (ведь отрицанию старого должна сопутствовать определенная альтернатива), чтобы новые принципы были справедливы для новой, расширенной области изучения, и одновременно экстраполирует последние на весь мир.

Заслуживает внимания принцип «презумпции экстраполируемости», сформулированный Я. Ф. Аскиным (по аналогии с юридическим принципом презумпции невиновности). Принцип этот заключается в следующем: «До тех пор, пока не доказано конкретно, что данная закономерность ограничена в таких-то рамках, в силу таких-то обстоятельств, не существует запрета на право ее экстраполирования».[2] На основе вышесказанного и с учетом «презумпции экстраполируемости» можно сформулировать следующий вывод: Каждая теория стремится к максимальной экспансии своих положений, если нет конкретных доказательств неправомерности подобной экспансии.

В результате максимальной экстраполяции фундаментальной теории происходит искусственная замена неисчерпаемого многообразия свойств, качеств и

2 Я. Ф. Аскин. Бесконечность Вселенной во времени. «Бесконечность и Вселенная», с. 166.

видов связей между явлениями экстраполированной области (которую можно еще назвать «дополняющей областью») теми, которые установлены опытным путем в локальных областях действительности. Ввиду количественного характера любой экстраполяции она не учитывает того, что по мере количественного расширения области применения научных принципов происходит увеличение порядка и типа сложности связей между явлениями происходят качественные изменения. Конечно, в частных закономерностях, открываемых в локальных областях, не могут каким-то образом не проявляться всеобщие закономерности (иначе вообще было бы бессмысленно говорить о последних), но наше представление о мире всегда трактует его огрубленно, схематизированно, мы обедняем, мир в любых научных представлениях, лишаем его большей, части того богатства граней, сторон, свойств, которыми он обладает. Если мир бесконечен, то на каждом этапе развития цивилизации наше знание о мире содержит огромную неустранимую до конца погрешность, связанную с тем, что область мира, доступная научным исследованиям; составляет (количественно и качественно) «бесконечно малую» его частицу. Поэтапная корректировка теорий и экспликация понятий представляет собой потенциально осуществимый процесс. Если даже вместе с бесконечностью мира допустить бесконечность существования человеческого рода, и, соответственно, бесконечность развития его познавательных способностей, то и в этом случае положение не изменится, так как мир сам непрерывно изменяется и развивается.


Грамматика и
(сс. 285-305).

В результате предельной экстраполяции содержания философских категорий они приобретают свойство всеобщности. Философские категории на каждом этапе развития давали оценку мира в наиболее общем возможном виде: в то же время существование категорий, входящих в большинство (или во все) из известных систем категорий не должно создавать иллюзии их априорности, вечности, инвариантности по отношению к смене научных представлений. Категории полностью «заполняют» относящуюся к ним сторону, аспект действительности в том смысле, что они характеризуют любой предмет или явление с определенной точки зрения. Система категорий диалектического материализма, дающих в совокупности наиболее общую характеристику мира, представляет собой незамкнутую, открытую систему; всегда возможно присоединение к ней новых категорий и уточнение содержания старых. Но это философское представление о мире – не ложная, противоречивая идея, иллюзия «чистого разума», вторгающегося в своем стремлении к полноте и целостности в запретную сферу, а познание объективной действительности путем познания ее частных и общих закономерностей с одновременным предельным экстраполированием нашего знания в целях выработки мировоззрения.

Рассмотрим, наконец, точку зрения, согласно которой целостность мира необходимо связана с его ограниченностью (качественной и (или) количественной). Для этого, прежде всего, сравним понятия ограниченности и конечности. Понятия начала и конца являются соотносительными понятиями. Это видно уже из того, что «когда отбрасывают конец, то начало становится концом, тем единственным концом, который имеется у ряда, и наоборот»[1]. Понятия начала и конца пригодны лишь по отношению к объектам и явлениям, имеющим одно измерение (отрезкам протяженности, временным интервалам, упорядоченным множествам событий). Уже для двумерных (плоских) замкнутых кривых и фигур эти понятия неприменимы; для них, а тем более для

1 К. Маркс и Ф. Энгельс. Сочинения, т. 20, с. 50.

протяженных трехмерных пространственных фигур, приходится применить более общее понятие границы.

Прямолинейный отрезок имеет начало и конец (или два конца, что то же самое) и никто не сомневается в конечности этого отрезка. Если мы рассмотрим теперь двухмерную фигуру на плоскости, то роль «концов» в этом случае выполняет граница фигуры, замкнутая кривая линия (никому не придет в голову утверждать ее бесконечность), внутри которой находится конечный объект. Для протяженного тела «концом» будет является его граница в пространстве, отделяющая его от других объектов.[1]

Из приведенного рассуждения следует, что количественная граница тела или плоской фигуры совершенно аналогична концу (началу) отрезка протяженности или ряда объектов, и разница лишь в том, что в одном случае фигурирует слово «конец», а в другом нет. Таким образом, объект может не иметь начала и конца, но он может быть ограничен, что в сущности ничем не отличается от его конечности. Поэтому мы не можем согласиться с тем, кто понятие бесконечности трактует как простое отсутствие конца, что, очевидно, вызвано буквальным пониманием термина. Ограниченность можно охарактеризовать как конечность в широком смысле слова.

В качестве иллюстрации приведем пример, рассматриваемый Аристотелем, а затем и Гегелем: окружность, и движение по окружности, которое, с точки зрения этих мыслителей, бесконечно. Понятия «истинной» круговой бесконечности Гегеля мы уже коснулись в предыдущей главе. Что касается Аристотеля, он считает движение по кругу (но не круг!) бесконечным на том основании, что оно вечно, наиболее совершенно из всех видов движения и непрерывно (в то время, как любое другое движение является прерывистым).

1 Здесь везде идет речь о количественной границе протяженного объекта.

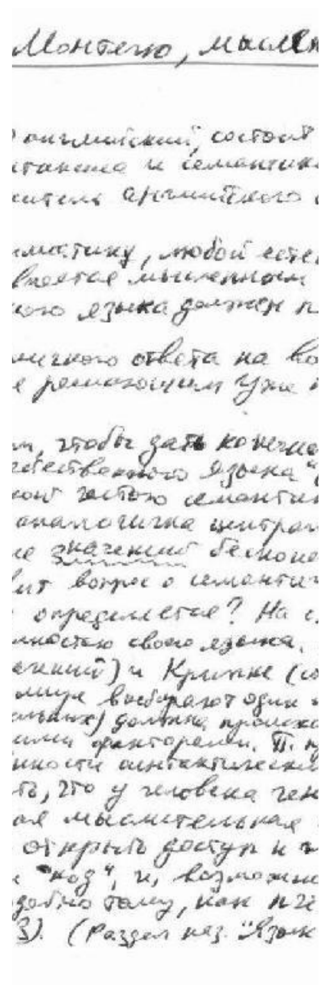
Окружность, как известно, не имеет начала и конца, но ее нельзя считать на этом основании бесконечной; она конечна, поскольку ограничена на плоскости и в пространстве (ее нельзя назвать конечной лишь в самом элементарном, «узком» смысле). Что касается движения по окружности, то его невозможно считать бесконечным ни в каком случае, за исключением одного: если нам не придет в голову без конца проходить один и тот же путь. (Вернувшись в исходную, начальную точку движения, которую можно считать и концом, совпадающим с началом, и идя дальше, мы повторяем тот же дуть). Но тут мы впадаем в ту самую «дурную» бесконечность, против которой так активно выступал Гегель[2].

Круговое движение играет важную роль в природе; достаточно вспомнить движение планет вокруг своей оси и вокруг Солнца, движение звезд относительно оси мира, движение галактик, а также такое явление, как «спин» в микромире. Однако круговое движение не является универсальным и, уж конечно ни один из круговых процессов не может быть вечным. Здесь решающую роль играет закон меры, с которым был, правда, незнаком Аристотель, но не мог быть незнаком Гегель, поскольку он сам его и сформулировал. Круг и круговое движение являются лишь образной иллюстрацией (не слишком удачной) к гегелевской концепции бесконечности как внутренней замкнутости, полной самоопределенности, «возвращенности в себя». Подобной «рефлексивной» бесконечности с точки зрения некоторых современных философов может быть придан логический смысл[3], однако неприменимость ее в качестве адекватной модели реальной бесконечности очевидна. (Тут же заметим, что для Гегеля наш аргумент не имел бы силы, так как для него законы его логики были и законами реальной действительности).

2 Ср.: С. Ш. Авалиани. К проблеме бесконечности. «Мацне». № 4, 1971, с. 58.

3 В диалектико-логической концепции С. Б. Церетели основное место занимает понятие «бесконечного умозаключения» (в более ранних его работах – «независимый вывод»), где бесконечное трактуется как «то, внутреннее отрицание чего его же и утверждает».

Ограниченность какого-либо объекта означает тем самым и его конечность. Здесь нам могут возразить, что кажущееся ограниченным и конечным может оказаться состоящим из бесконечного числа частиц, элементов, структурных связей; одним словом, конечное в экстенсивном смысле может оказаться бесконечным в интенсивном смысле. Выше уже отмечалось, что современная физика и философия подвергают сомнению классический постулат интенсивной бесконечности мира; кроме того, мы здесь пока ведем речь об экстенсивной конечности объекта. В математике рассматривается неограниченная двумерная искривленная поверхность, однако это рассуждение не переносимо на реальную действительность. С другой стороны, чтобы показать, что три анализе какого-либо конкретного объекта вопрос в значительной степени зависит от положения наблюдателя, от его позиции по отношению к объекту познания, которую мы условно назовем «точкой зрения», сделаем сперва небольшое отступление в область математической абстракции.



Является ли конечным интервал (0,1)? Он конечен, поскольку ограничен точками с координатами (0) и (1) на оси действительных чисел; несмотря на то, что эти границы не принадлежат рассматриваемому интервалу, они ограничивают, оконечивают его. Данный интервал можно рассмотреть и как конечный отрезок протяженности. Приведенную точку зрения назовем «взглядом извне».

Однако возможна и другая точка зрения, которую можно назвать «взглядом изнутри». Интервал (0,1) содержит все действительные числа от 0 до 1 (исключая 0 и 1), следовательно, представляет собой бесконечное множество, и не просто бесконечное, а континуальное. Среди действительных чисел, составляющих этот интервал, можно выбрать потенциально бесконечные последовательности, не имеющие последнего элемента, и предельные точки которых находятся вне интервала. Следовательно, не выходя за пределы ограниченного внешне (конечного) объекта, можно совершать в нем потенциально бесконечный, никогда не завершаемый процесс. Таким образом, в зависимости от точки зрения, один и тот же математический объект предстает и конечным и бесконечным. Это позволяет говорить о «внутренней» и «внешней» ограниченности и бесконечности по отношению к одному и тому же объекту.[1]

Если в мире математических абстракций можно, как мы видели выше, выбирать различные точки зрения при рассмотрении одного и того же объекта, то в реальной действительности дело обстоит намного сложнее. Действительность накладывает определенные ограничения на свободу оперирования с объектом. Если «объектом» изучения является мир в целом, то положение (наблюдателя и «точка зрения» определены однозначно: «взгляд извне» принципиально невозможен. Дело в том, что мир в любом случае (независимо от его конечности или бесконечности) безграничен, поскольку вне мира нет ничего, что могло бы его ограничивать (вспомним, что мир в целом есть предельное понятие). Это качество мира в целом уникально, как уникален сам мир, и в то же время не свойственно ни одной его частной области.

Ни на одну внутреннюю область мира и ни на один конкретный объект этот запрет не распространяется. Более того, осмысление конечности объекта как его определенности и ограниченности связано именно с возможностью рассмотрения его «извне». Ограничение познания «взглядом изнутри», как показывает история, приводила к ошибочным представлениям. Достаточно вспомнить, что в античной науке сумма бесконечного числа сколь-угодно малых конечных величин счита-

1 Такой подход дает возможность выявить различные его свойства.

лась бесконечно большой величиной. На раннем этапе развития науки все достаточно большие конечные объекты и достаточно длительные процессы казались человеку бесконечными и установление их конечности, ограниченности связано именно с рассмотрением их «извне», что становилось возможным по мере развития научного мышления и материально-технической базы человечества.

Тем более неоправданными выглядят попытки некоторых современных авторов объявить любую конкретную сферу «неограниченной» на том основании, что «на ней нет никаких границ», точнее, при движении по поверхности сферы мы нигде не наталкиваемся ни на какие границы[1]. (В этом пытаются даже найти онтологическое основание гегелевской концепции бесконечности). Это можно сравнить с процессом прибавления друг к другу членов ряда, не зная, что этот ряд сходящийся. Сумма все время увеличивается, процесс никогда не завершается и, если мы не проанализируем характер изменения ряда в целом, процесс увеличения суммы может показаться нам безграничным («взгляд изнутри»). В действительности сходящийся ряд ограничен своей суммой.

Против неограниченности сферы можно привести те же аргументы, которые были высказаны выше по поводу «бесконечности» круга и кругового движения. Следует подчеркнуть, что сфера ограничена тем, что находится вне ее. Прежде всего это наблюдатель, который констатирует ограниченность, сферы в пространстве («взгляд извне»); сфера ограничена окружающей средой, существующими вне ее другими предметами и явлениями, своей определенностью, в конце концов. А требовать от наблюдателя, чтобы он вообразил себя на месте жука или клопа, ползающего по поверхности

1 Этот взгляд проник даже в учебники. См., напр.: Основы марксистско-ленинской философии, М., 1971, с. 67. Поэтому читатель не должен удивляться, что обоснованию, в сущности, нехитрых мыслей мы уделяем столько внимания.

сферы и ищущего на ней границы, значит, мягко говоря, ставить ему чересчур жесткие условия.

Итак, ограниченность и определенность означают конечность объекта. Однако по сути дела эти две характеристики эквивалентны, поскольку ограниченность объекта подразумевает его определенность, а определенность его, в свою очередь, означает ограниченность. Таким образом, ограниченность есть необходимое и достаточное условие конечности объекта. Тогда из бесконечности (как отрицания конечности) с необходимостью следует неограниченность. А. С. Кармин пишет: «Идея бесконечности логически и исторически формируется в, человеческом мышлении как отрицание конечности. Поскольку конечность означает, прежде всего, ограниченность постольку бесконечность выступает при этом как неограниченность». Немного ниже он пишет: «Понятие неограниченности выражает первый, исходный момент бесконечности»[2].

Но как следует понимать эту неограниченность? Ведь не всегда неограниченность объекта означает его бесконечность. Во множестве случаев нет возможности точно установить или указать границы величины, однако можно указать другую величину, которая заведомо содержит в себе первую, оконечивает ее, несмотря на то, что точные границы первой величины нам неизвестны (ввиду ее изменчивости, расплывчатости и т. д.). Следовательно необходимо строго различать неограниченность в смысле, например, неограниченного множества элементов, которое можно ограничить сверху (если только рассматриваемое множество не эквивалентно «множеству всех явлений»), от неограниченности, которую принципиально невозможно чем-либо ограничить. Неограниченность в первом смысле есть фактически неопределенность границ, которая может оказаться совместимой с конечностью объекта. Нео-

2 А. С. Кармин. Методологическое значение категорий конечного и бесконечного. «Методологические аспекты материалистической диалектики», с. 76.

граниченность во втором смысле есть безграничность, которая характеризует реальную бесконечность, является одной из ее существенных черт.

Что касается качественных границ мира в целом, то рассуждение о них предполагает определенность объекта, соответствующего этому понятию. Со всеобъемлемостью и абсолютностью мирового процесса некоторые философы связывают самообусловленность мира в целом и его универсальных характеристик. По-видимому, это допустимо лишь как образное выражение; мировой процесс на то и абсолютен, что его невозможно замкнуть никакими «абсолютными» умозрительными схемами[1].

§ 2. ПРОБЛЕМА ЦЕЛОСТНОСТИ И СИСТЕМНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для выяснения характера реальной бесконечности важнейшее значение приобретает анализ таких общенаучных методологических понятий, как целостность, элементарность, сложность и др. Это поможет глубже вникнуть в смысл принципа неисчерпаемости материи, что особенно важно в связи с отрицанием классического постулата интенсивной потенциальной бесконечности материи и ее познания. Рассмотрим вначале некоторые методологические понятия.

Если у нас имеются исходные объекты (в общем случае представляющие собой системы) $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$, . . $\mathbf{a_n}$, то построение системы **S** из этих объектов называют композицией элементов $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$, . . ., $\mathbf{a_n}$. С другой стороны, если у нас имеется исходное сложное целое, то его можно расчленить на составляющие его объекты. Операция эта носит название декомпозиции системы **S** на элементы $\mathbf{x_1}$ $\mathbf{x_2}$, . . ., $\mathbf{x_n}$. Элементы $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, . . . $\mathbf{x_n}$ могут в свою очередь, оказаться расчленимыми. Композиция

1 В современных научных теориях под «миром» обычно явно или неявно подразумевается предметная область, «универсум» той или иной науки (совокупность всех объектов, о которых данная наука может рассуждать). В философии понятие «мир» приобретает всеобъемлющий характер и поэтому философы, не склонные критически относиться к собственным суждениям, поддаются соблазну абсолютизации и онтологизации этой идеи, оперируя с миром как с предметом. Философская идея мира носит чисто мировозренческий характер, т. е. отражает отношение человека к действительности в наиболее общей возможной форме.

реальных систем всегда конечна, хотя теоретически вполне можно представить себе и бесконечную композицию. Конечность схемы декомпозиции означает существование конечных неделимых далее элементов (атомов). Расчленимость системы (мысленная или реальная) предполагает существование эффективного способа расчленения; то же относится и к композиции. К каждому элементу расчленяемой системы применимо либо преобразование, приводящее к более простым элементам, либо неприменимо никакое преобразование, кроме тождественного, т. е. переводящего элемент в самого себя.

Для любого расчленимого объекта могут существовать различные способы декомпозиции. Рассматривая любую естественную сложную систему, мы приходим к выводу о сложности ее функции. Произведя декомпозицию функции системы, выделяя ее основные подфункции или субфункции, выделяем аспект системы, соответствующий какой-либо из ее подфункций. Выделенный аспект исходной системы сам представляет собой пример какого-либо частного вида систем. Таким образом, говоря о декомпозиции исходной системы, мы на самом деле всегда производим декомпозицию ее частного аспекта. Именно этим можно объяснить множественность способов декомпозиции сложных систем. Об операциях композиции и декомпозиции систем существует обширная литература[2]; в настоящей работе мы рассмотрим лишь некоторые связанные с ними трудности. М. Тода и Э. Х. Шуфорд (мл.), рассматривая условия сочленимости (**composability**) систем, выделяют в качестве основных следующие: системы должны быть одной модальности и взаимно расчлененными[3]. Неопределенность границ, отделяющих одну подсистему от другой, изменчивость объекта исследования являются факторами, затрудняющи-

2 См., напр.: Исследования по общей теории систем. (Сб.). М., 1969; В. Н. Садовский. Основания общей теории систем. М., 1974.

3 М. Тода и Э. Х. Шуфорд. Логика систем: введение в формальную теорию структуры. Исследования по общей теории систем, с. 338–339.

ми декомпозицию многих типов систем. Поэтому мы не можем согласиться с авторами указанной работы, утверждающими, что множество декомпозиция (так же как и множество композиций) можно рассматривать как число сочетаний элементов в системе. В то же время, производя композицию систем, мы почти всегда исходим из существования множества строго определенных, фиксированных исходных объектов. Поскольку рассуждение М. Тода и Э. Х. Шуфорда ведется (в целях сохранения общности) в терминах концептуальной, а не реальной композиции, то, по нашему мнению, целесообразно было бы говорить не об одной модальности исходных систем, как основном условии композиции, а о сравнимости их по своим свойствам и проявлениям (минимальное условие), позволящей выявить в них общий аспект, или о возможности их взаимодействия (максимальное условие).

А. Д. Холл и Р. Е. Фейджин проводят анализ понятий целостности н обособленности. «Если каждая часть систем ы так соотносится с каждой другой частью, что изменение в некоторой части вызывает изменение во всех других частях и во всей системе в целом, то говорят, что система ведет себя как целостность, или как некоторое связанное образование».[1] В противоположность этому, объект, каждая часть которого не зависит от изменения остальных, авторы называют обособленным или физически суммативным, поскольку изменение в такой совокупности является физической суммой изменений в ее отдельных частях.

Авторы считают, что целостность (связанность) и обособленность (суммативность) является не различными свойствами, а крайними случаями одного и того свойства. 100%-ная целостность совпадает с 0%-ной обособленностью и обратно, а любая система обладает некоторой «степенью целостности» от 0 до 100[2].

1 А. Д. Холл и Р. Е. Фейджин. Определение понятия системы. Исследования по общей теории систем, с. 262.

2 Там же, с. 263.

Основной вопрос, напрашивающийся при рассмотрении точки зрения указанных авторов, заключается в том, не является ли их представление о системе суммативным. В пользу подобного вывода говорит и общее определение системы, приводимое авторами в той же работе: «Система – это множество объектов вместе с отношениями между объектами и между их атрибутами (свойствами)»[3]. Объекты со 100%-ной обособленностью («куча»), характеризуются авторами как «вырожденные системы», поскольку ни в какой куче хлама нельзя полностью отрицать наличия систематизирующих отношений. Но это происходит, по нашему мнению, именно потому, что никакая реальная куча хлама не является адекватным выражением теоретической «кучи» (т. е. совокупности совершенно не связанных между собой предметов) и сохраняет определенные системные свойства, хотя, быть может, и в очень небольшой степени.

Работа А. Д. Холла и Р. Е. Фейджина, известных специалистов по системотехнике, появилась в первом выпуске ежегодника «**General Systems**» (1956). Несмотря на обилие опубликованных на ту же тему в последующие годы работ, указанная работа, судя по частоте цитирования и упоминания ее у других авторов, оказала большое влияние на формирование мировоззрения многих «системщиков». Тем не менее, наряду с позитивными выводами, эта работа содержит, на наш взгляд, ряд весьма спорных положений. Это, прежде всего, касается точки зрения авторов на относительность понятий системы и среды.

По определению авторов, «для данной системы окружающая среда есть совокупность всех объектов, изменение свойств которых влияет на систему, а также тех объектов, чьи свойства меняются в результате поведения системы»[4]. Отмечая сложность дифферен-

3 Там же, с. 252.

4 А. Д. Холл и Р. Е. Фейджин. Определение понятия системы, с. 258.

циации мира объектов, принадлежащих системе, и мира объектов, принадлежащих окружающей среде, А. Д. Холл и Р. Е. Фейджин приходят к выводу о произвольности отнесения того или иного объекта к системе или к окружающей ее среде. «Решение этого вопроса для определенных задач является чисто конвенциональным»[1]. Авторы считают, что любую часть системы можно в свою очередь рассматривать как систему, а другие части той же системы выступают, тогда как окружающая среда по отношению к фиксированной ранее части системы. «Объекты, принадлежащие одной подсистеме, с успехом могут рассматриваться как части окружающей среды другой подсистемы»[2]. Авторы иллюстрируют свои мысли, как правило, примерами чрезвычайно простых механических систем; если бы они обратились к более сложным системам (например, биологическим), то вся спорность их выводов стала бы очевидной.

Самого поверхностного взгляда на многообразие окружающих нас систем достаточно, чтобы убедиться в их неравнозначности, качественном различии и по проявлениям, свойствам и по силе их влияния на другие системы, находящиеся с ними во взаимодействии. Поскольку в реальности не существует изолированных систем, то каждую систему можно мыслить как элемент (подсистему) другой, объемлющей. И все-таки, понятие системы связано с осмыслением ее как отдельной сущности, цельного материального образования, обладающего относительной независимостью от окружающей среды (т. е. прежде всего от той объемлющей системы, подсистемой которой она является). Подсистема данной системы является системой по отношению к своим элементам. Однако есть существенная разница между характером отношений большинства видов реальных систем и их подсистем и суперсистем. По нашему мне-

1 Там же, с. 259.

2 Там же, с. 260.

нию, понятия системы, подсистемы и суперсистемы не являются по отношению к реальным системам строго относительными понятиями. Несмотря на то, что свойство «быть подсистемой», в отличие от свойства «быть элементом» является транзитивным, на различных уровнях иерархии реальных систем в него вкладывается существенно различный смысл[3].

Для того, чтобы пояснить нашу мысль, введем понятие первичной системы, которое нам понадобится в последующих рассуждениях. Первичной системой (или, сокращенно, **Р-системой**) мы будем называть систему с максимально выраженным характером системной связи между её элементами и подсистемами. Жесткость детерминации элементов **Р-систем** значительно превосходит жесткость их связей с элементами окружающей среды, что обусловливает их динамичность и относительную независимость от среды. В качестве **Р-систем** можно рассмотреть: человека, книгу, песчинку, планету, солнечную систему, вирус, бактерию и т. д. **Р-системой** не являются: клетка, пищеварительный тракт, ухо–рука (система, рассматриваемая в психологии), лейкоцит, мембрана от телефонного аппарата и т. д.[4]

Несмотря на то, что трудно дать (по крайней мере, на данном этапе) строгое определение Р-системы, смысл этого понятия ясен интуитивно. По существу, эмпирический мир «состоит» из **Р-систем**. Может показаться, что это понятие включает некоторую долю субъективности, однако наука и познание являются человеческой наукой и человеческим познанием, а не электронным или галактическим, и мировоззрение гомункулуса может представлять интерес лишь для писателей-фантастов. Можно рассмотреть кровообращение организма как целостную систему; тогда пищеварительная и дыхательная системы выступают

3

С иным положением мы сталкиваемся в сфере абстрактных систем. В теоретико-множественной концепции системы, ввиду ее качественной простоты, на всех уровнях системной иерархии применимы одни и те же отношения включения и принадлежности. Основанием для этого является внутренняя однородность абстрактной системы и единообразие связывающих их законов. Тем же, однако, обусловлена ограниченность существующих концепций абстрактных систем в их применении к реальности.

4

Н. Винер в «Кибернетике» (М., 1968, с. 227) соглашается с Лейбницем и другими философами в том, что элементы живого организма (например, кровяные тельца) «ведут собственную жизнь», и в качестве ее среды. Однако есть существенная разница между характером целостности системы кровообращения в организме и целостностью организма. Эта разные типы целостности; по-видимому, для оценки различия между органическими целыми, с одной стороны, и подсистемами одного и того же органического целого, с другой, с успехом можно было бы применить топологические понятия.

Выделение класса **Р-систем** фактически влечет за собой выделение другого, еще более обширного класса объектов, которые могут быть рассматриваемы лишь в качестве подсистем какой-либо **Р-системы;** подобные подсистемы характеризуются практически полной зависимостью от среды или, по-другому, не обладают ни одной степенью свободы. Это можно объяснить тем, что хотя изменение в структуре подсистемы обусловливает изменения в структуре Р-системы, однако функция подсистемы (а функцию характеризует первичность по отношению к структуре) полностью обусловлена функцией **Р-системы** (обратной связи здесь нет).

М. Тода и Э. Х. Шуфорд считают, что целенаправленной системой может считаться любой объект, который выполняет некоторую задачу, в том числе и орган человеческого тела[1]. Очевидно, что подобный подход игнорирует разницу функций органического целого и его подсистемы, поскольку функцию органа человеческого тела невозможно осмыслить вне функции целого организма.

Сама **Р-система** является подсистемой другой, объемлющей системы (ее среды), однако она при этом сохраняет суверенность своей функции (которая лишь частично обусловливается функцией суперсистемы) и относительную независимость от среды. **Р-система** как подсистема существенно отличается от ее собственных подсистем, поэтому для нас принципиально

даже приходит к выводу, что согласно клеточной теории, обосновавшей эти «философские предвосхищения», составные единицы организмов–клетки «обладают многими, если не всеми свойствами независимых живых организмов». Точно также, колония, популяция живых организмов, по мнению Н. Винера, обладает свойствами организма; в этом смысле еще дальше идут аналогии Л. Берталанфи и других биологов, хоть они и пытаются отмежеваться от биологического детерминизма. Следует отметить, что все эти аналогии весьма поверхностны. Класс организмических систем имеет экстенсивные границы: в этом одно из оснований для выделения Р-систем.

1 М. Тода и Э. Х. Шуфорд (мл.). Логика систем: введение в формальную теорию структуры, с. 320.

неприемлема точка зрения, согласно которой «разделение множества взаимосвязанных объектов на систему и окружающую среду основано исключительно на личной точке зрения исследователя».[2]

Теперь мы можем перейти к изложению нашей точки зрения на соотношение элементарности и сложности в реальных системах и анализу понятия гносеологической модели сложной системы.

2 А. Д. Холл и Р. Е. Фейджин. Определение понятия системы, с. 259.

§ 3. ПРИНЦИП СТРУКТУРНОГО АТОМИЗМА

Объективная диалектика непрерывного и дискретного вынуждает того, кто хочет исследовать какой-либо специальный тип систем, принять ту или иную концепцию элементарности. На общенаучном и философском уровнях становится возможным абстрагироваться от конечности, ограниченности каждой частнонаучной концепции и осознать взаимообусловленность всех уровней структурной иерархии в форме единого мирового процесса. Однако выйти на этот уровень не означает впасть в «дурную» бесконечность, игнорировать кач ественные переходы в этом единстве, индивидуальность, неповторимость каждого структурного уровня; наоборот, возникает необходимость исследовать структуру материи в противоречивом единстве конечного и бесконечного, простого и сложного, устойчивого и изменчивого.

Одной из главных предпосылок на пути к такому обобщенному анализу является формулирование структурного атомизма как общего методологического принципа.

Ни один конкретный реальный процесс, как известно, не может продолжаться бесконечно. Это фундаментальное положение, являющееся следствием из принципа меры, тесно связано с принципом структурной неисчерпаемости и качественного многообразия природы. Законы природы кладут предел любому делению, дроблению, расчленению. Правда, этот предел всегда оказывается неабсолютным: он лишь означает, что невозможно дальнейшее расчленение в первоначальном смысле. Проведение научного анализа объекта в любой форме требует привлечения определенных концептуальных средств, имеющих границы применимости, преодоление которых возможно лишь аз счет расширения или коренной замены нашего концептуального аппарата.

Атом можно определить как объект, рассматриваемый в рамках данной модели как не имеющий внутренней структуры (Конечный результат концептуальной декомпозиции). Понятие атома в декомпозиционном плане эквивалентно понятию элемента системы (структуры). Интранзитивность свойства «быть элементом», в отличие от свойства «быть подсистемой», выполняется для атомов (см. ниже). В качестве атомов, в частности, можно рассмотреть объекты, композицией которых получаются искусственные системы.

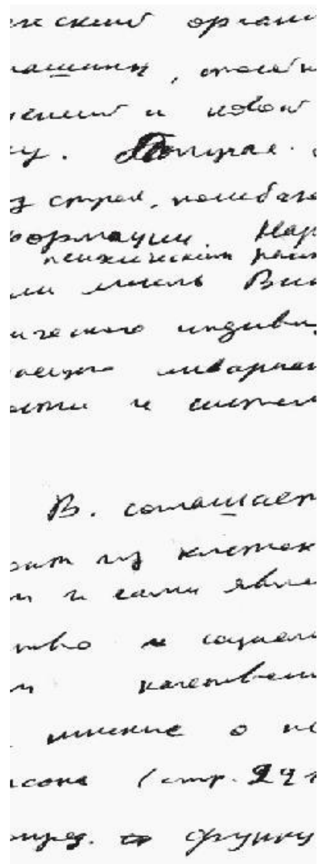
Таким образом, оставаясь в рамках первоначальной концептуальной модели объекта, мы необходимо приходим к атомам, первоэлементам (относительно данной модели), и структура любого объекта оказывается конечной сложности. Обоснование возникшей «картины» объекта требует дальнейшего анализа с выходом за рамки первоначальной модели. Мы стоим на той точке зрения, что концептуальная модель неповторима для любого структурного уровня реальности; это связано с индивидуальностью каждого атомарного уровня, создающей значительные трудности в процессе познания объекта и выработки общего методологического подхода. М. Тода и Э. Х. Шуфорд считают, что физики и химики обладают счастливой возможностью применять статистические законы, разлагая сложный объект на множество простых, одинаковых в принципе объектов; в биологии, физиологии это невозможно, т. к. здесь играет роль индивидуальность каждой клетки и их изменчивость[1]. Не отрицая качественного различия между сложностью биологических и физических систем, необходимо отметить, что и по отношению к последним статистический подход не является универсальным.

В соответствии с принципом незамкнутости реальных систем, каждая система взаимодействует с какими-либо другими системами; можно говорить также о взаимодействии между структурными уровнями материи. Это взаимодействие охватывает значительное число уровней, т. к. непосредственное воздействие на отделенный (и качественно отличный) структурный уровень возможно лишь посредством воздействия на промежуточные уровни. Структура гена обусловливает структуру макро-объекта, но не наоборот; в то же время, воздействие гена на макро-объект является существенно различным в разные периоды развития объекта как целого: замена или удаление одного атома в гене оказывает катастрофическое воздействие на развитие организма, если оно произведено в зародышевой клетке, и не оказывает никакого воздействия, если оно произведено в клетке взрослого организма.

Различные структурные уровни для своего описания требуют качественно различных концептуальных средств, на основе которых формируется индивидуальная модель данного уровня. Чтобы охватить и описать характер взаимодействия различных структурных уровней, нужно создать совершенно новую концептуальную модель, частными или предельными случаями которых будут выступать первоначальные модели взаимодействующих структурных уровней. Сложность но-

1 М. Тода и Э. Х. Шуфорд (мл.). Логика систем: Введение в формальную теорию структуры, с. 323 и др.

вой, обобщенной модели будет тем больше, чем больше промежуточных структурных уровней, вовлечено в процесс взаимодействия. Здесь бесполезен суммативный подход, и новая концептуальная модель не может быть комбинацией старых.



Структурными границами, полюсами каждой концептуальной модели являются целое и атомы. Если у нас имеется одна концептуальная модель со своим целым и своими атомами, и вторая, где целым является атом первой модели, то, отыскав атомы второй модели, мы не может адекватно описать их в терминах первой модели. В действительности ученые часто вынуждены проводить подобную процедуру посредством экстраполяции первой модели на вторую (в случае, если концептуальный аппарат для второй модели не разработан), однако ценность подобных рассуждений, как правило, невысока.

Две концептуальные модели, соответствующие смежным структурным уровням, описываются на разных «языках». Несмотря на существование у них связующего звена, обладающего двойственной природой (атом первого уровня – целое второго), характер их взаимодействия невозможно установить и описать в результате последовательного проведения двух качественно различных рассуждений, основывающихся на применении специфических концептуальных средств. Необходимо выработать новую логику, общую для обоих уровней, новый метод рассуждения, ставящий целью установить характер связи между атомами второго уровня и целым первого, в процессе осуществления которой промежуточное целое играет существенную роль.

Философия имеет дело с категориями и принципами, применимыми к любому структурному уровню, однако характер их таков, что их далеко не всегда можно непосредственно применить в качестве элементов конкретно-научной концептуальной модели. С другой стороны, процесс специализации наук не компенсируется их математизацией, как считают некоторые ученые, а наоборот, ещё более усугубляется, в конечном счете. Увеличивается разрыв между языком философии и специальных наук. Именно поэтому приходится разрабатывать универсальные общенаучные понятия и логический аппарат междисциплинарных исследований. Общая теория систем (общенаучный уровень познания) должна явиться связующим звеном между философией и современными прикладными, техническими и математическими науками, а также теми бурно развивающимися естественнонаучными областями, в которых процесс специализации протекает особенно интенсивно. В то лее время, эффективная платформа для сближения и унификации языка науки и для развития научной методологии принципиально не может строиться эмпирическим путем, посредством обнаружения логических гомологий и изоморфизмов структур различного типа систем (Л. фон Берталанфи), поскольку такой подход изначально логически основывается на изолированности исследований в различных областях науки. Необходимо вырабатывать общие принципы, потенциально применимые к любым типам систем, в том числе еще не открытым и не изобретенным. Ввиду качественной неоднородности материи специфическое различие между конкретно-научными моделями реальности всегда останется, но задача философии – обосновать на основе принципа единства мира принцип единства науки.